

Artículo publicado en el Repositorio Institucional del IMTA

<i>Título</i>	Estudio experimental del funcionamiento de vertedores con cargas altas.
<i>Autor / Adscripción</i>	Poliopetro F. Martínez Austria Instituto Mexicano de Tecnología del Agua
<i>Publicación</i>	Ingeniería Hidráulica en México, (2): 9-17
<i>Fecha de publicación</i>	1998
<i>Resumen</i>	La seguridad de una presa depende, en buena medida, del correcto funcionamiento de su estructura de excedencias. En particular, es de interés conocer con mayor detalle su funcionamiento con cargas altas. En este artículo se reportan los resultados de una investigación experimental realizada en un cimacio, en la que se midieron no sólo los valores medios de la presión, sino sus fluctuaciones, mediante un equipo de adquisición y manejo de datos experimentales de alta precisión. Se presentan los principales resultados y se analiza la existencia de oscilaciones casi-periódicas que pueden resultar peligrosas.
<i>Identificador</i>	http://hdl.handle.net/123456789/1225

Estudio experimental del funcionamiento de vertedores con cargas altas¹

Polioptro F. Martínez Austria

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, SARH

La seguridad de una presa depende, en buena medida, del correcto funcionamiento de su estructura de excedencias. Por esta razón, y a pesar de haberse desarrollado desde hace tiempo la investigación respecto al funcionamiento hidráulico de vertedores, aún existen algunos aspectos sobre los que es necesario profundizar. En particular, es de interés conocer con mayor detalle su funcionamiento con cargas altas. En este artículo se reportan los resultados de una investigación experimental realizada en un cimacio, en la que se midieron no sólo los valores medios de la presión, sino sus fluctuaciones, mediante un equipo de adquisición y manejo de datos experimentales de alta precisión. Se presentan los principales resultados y se analiza la existencia de oscilaciones casi-periódicas que pueden resultar peligrosas.

Antecedentes

La seguridad de las presas depende en buena medida del correcto funcionamiento de las obras de control de excedencias. Por esta razón, desde comienzos de este siglo se han desarrollado investigaciones encaminadas a establecer mejores diseños, así como a determinar con precisión, desde esta etapa, los valores de las variables hidráulicas del fenómeno, principalmente en lo referente al perfil de la superficie libre y la distribución de presiones sobre el vertedor. No obstante, aun existen algunos aspectos que no han sido estudiados lo suficiente, como su funcionamiento en condiciones extremas de operación, es decir, con cargas iguales o mayores que las de diseño. También conviene abordar con más detalle las amplitudes de las fluctuaciones de presión que se producen sobre el vertedor y que podrían ser un mecanismo de excitación de vibraciones hidroelásticas.

La investigación, cuyos resultados principales se informan en este artículo, se dedicó precisamente al estudio experimental de la presión y sus fluctuaciones sobre los vertedores, con descarga libre y controlada, en condiciones de cargas altas. Por otra parte, debido a que la distribución de

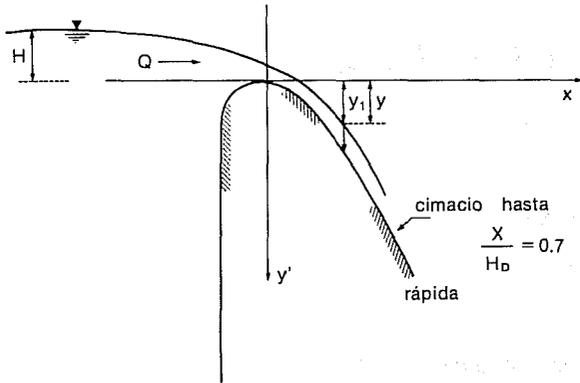
presiones que ocurre sobre un cimacio u otro cambia en forma drástica según sea su geometría, desde hace mucho tiempo se ha dedicado un considerable esfuerzo a encontrar la que funcione óptimamente desde el punto de vista hidráulico. Bazín (1898) estudió la forma de las caras superior e inferior de una vena líquida al descargar sobre un vertedor de pared delgada y Creager (1917), a partir de estos estudios, propuso que la configuración más conveniente para la cresta de un vertedor debería ser la que mejor se ajustara a la superficie inferior de la vena líquida; estableció el perfil que lleva su nombre y que se define por medio de tablas o por la ecuación siguiente:

$$y' = 0.47x^{1.80} \quad (1)$$

donde x y y' son las coordenadas de un sistema originado sobre la cresta del vertedor, y el eje y' es positivo hacia abajo, como se muestra en la ilustración 1.

Con este criterio, se esperaba lograr que el coeficiente de descarga del vertedor fuera el máximo, evitando que se presentaran presiones negativas sobre la cresta. Scimemi (1946) reconsideró el problema y determinó con gran cuidado y de

1. Sistema de ejes utilizado



manera experimental el perfil de la superficie inferior de la vena líquida; al expresarlo en una ecuación sencilla, obtuvo la siguiente expresión:

$$y' = 0.5x^{1.85} \quad (2)$$

Este autor recomendó dimensionar el vertedor, con su ecuación o la de Creager, para una carga ligeramente superior a la de diseño, a fin de asegurar presiones positivas sobre la cresta. Con motivo de los estudios preparatorios para la construcción de la presa Boulder en EUA, el US Bureau of Reclamation realizó un estudio completo sobre el tema, a partir de vertedores con paramento aguas arriba, vertical e inclinado. Sus resultados se presentaron en forma de tablas, de fácil utilización para el diseño y que pueden consultarse en la fuente original (Bureau... 1948). Por su parte, el US Army Corps of Engineers aconseja el empleo de perfiles semejantes a los de la fórmula de Scimeni, que de acuerdo con su notación se escribiría:

$$y' = \frac{1}{2H_D^{0.85}} x^{1.85} \quad (3)$$

donde H_D es la carga de diseño del vertedor.

Se puede afirmar que en la actualidad la forma más utilizada en el diseño de cimacios es la propuesta por la US Army Engineers Waterways Experiment Station, conocida como perfil WES, no sólo por su buen funcionamiento, sino porque su proceso de diseño está claramente ordenado en tablas y gráficas de aplicación sencilla (US

Corps...), y ha sido popularizado en textos como el de Chow (1954). En esta investigación se empleó este perfil debido a su amplia aplicación.

Para vertedores con cresta controlada, se utiliza en general un perfil diseñado como si funcionara a descarga libre. Entre los estudios más completos de tipo experimental con que se cuenta hasta la fecha para este tipo de cimacio, están los realizados por Lemos (1975), sobre el funcionamiento a cresta libre y controlada, con parámetros aguas arriba, verticales y con relaciones de 1:3, 2:3 y 3:3. Recientemente, Cassidy (1970) propuso un nuevo tipo de cimacio, apto para funcionar con presiones negativas.

Procedimiento experimental

Con objeto de ordenar el programa experimental y proporcionar resultados más generalizados, se realizó un análisis dimensional del problema. Si interesa determinar el perfil sobre la superficie libre, para el funcionamiento con cresta libre, las variables que intervienen en el fenómeno son:

- Q = Gasto volumétrico [$L^3 T^{-1}$]
- H_D = Carga de diseño [L]
- H = Carga de funcionamiento [L]
- x = Abcisa del sistema de ejes [L]
- y' = Ordenada que define la posición de la superficie del cimacio, para toda x [L]
- b = Ancho del cimacio [L]
- g = Aceleración gravitatoria [$L T^{-2}$]
- y = Ordenada de la posición de la superficie libre del flujo [L]

Si en cambio, se trata de establecer la distribución de presiones sobre la cresta, en lugar de la ordenada y es necesario utilizar la carga de presión:

$$\frac{P}{\gamma} = \text{carga de presión sobre cualquier punto del vertedor } [L]$$

Para analizar las fluctuaciones de presión sobre el vertedor se escoge como variable dependiente la raíz de la media de las fluctuaciones de presión al cuadrado (*rms*):

$$P^* = \left[\left[\frac{P}{\gamma} \right]' \right]^2 \Bigg]^{1/2} = r.m.s.$$

La relación funcional entre las variables del fenómeno se puede agrupar como sigue, para obtener el perfil de la superficie libre:

$$f_1 = f(Q, H, H_D, y', x, b, g, p/y) = 0 \quad (4)$$

y para determinar las distribuciones de presión y fluctuaciones:

$$f_2 = f(Q, H, H_D, y', x, b, g, p/\gamma) = 0 \quad (5)$$

$$f_3 = f(Q, H, H_D, y', x, b, g, p^*) = 0 \quad (6)$$

Las amplitudes de las fluctuaciones de presión, además, se relacionan con las frecuencias, es decir, están asociadas con alguna frecuencia específica, como ocurriría, por ejemplo, si se tratara de un fenómeno periódico o casi-periódico. Para cada experimento, entonces, no se obtendrá un valor de las fluctuaciones de presión, sino una gráfica de su *rms* como función de las frecuencias; la gráfica empleada en este análisis se conoce como *espectro de la rms de las fluctuaciones de presión*.

Por otra parte, existe una ecuación que relaciona el gasto con la carga:

$$Q = C_d b H^{3/2} \quad (7)$$

donde C_d es el coeficiente de descarga. Si se considera por tanto que existe una ecuación (3) para definir el tipo del perfil que relaciona y con x ; con ésta y con la ecuación (7), se pueden eliminar las variables y' y Q de las ecuaciones (4), (5) y (6). Además, si se plantea un canal de sección rectangular y ancho unitario, y se acepta que la aceleración gravitacional se mantiene constante, se pueden ignorar también estas variables. Así, las relaciones funcionales 4, 5 y 6 se reducen a cuatro variables que contienen una sola dimensión fundamental [L].

Por lo tanto, de acuerdo con el teorema Π de Buckingham, las cuatro variables se pueden sustituir por tres parámetros adimensionales. Además, si como es costumbre, la carga de diseño se elige como denominador en los parámetros adimensionales, se pueden establecer las siguientes relaciones funcionales:

$$F_1 = f\left(\frac{H}{H_D}, \frac{x}{H_D}, \frac{y}{H_D}\right) \quad (8)$$

$$F_2 = f\left(\frac{H}{H_D}, \frac{x}{H_D}, \frac{p/\gamma}{H_D}\right) \quad (9)$$

$$F_3 = f\left(\frac{H}{H_D}, \frac{x}{H_D}, \frac{p^*}{H_D}\right) \quad (10)$$

Al despejar el parámetro dependiente se obtienen las siguientes relaciones funcionales, cuya naturaleza exacta se determinará de manera experimental:

Para el perfil de la superficie libre:

$$\frac{y}{H_D} = f\left(\frac{H}{H_D}, \frac{x}{H_D}\right) \quad (11)$$

Para la distribución de presiones:

$$\frac{p/\gamma}{H_D} = f\left(\frac{H}{H_D}, \frac{x}{H_D}\right) \quad (12)$$

Para la *rms* de las fluctuaciones de presión:

$$\frac{p^*}{H_D} = f\left(\frac{H}{H_D}, \frac{x}{H_D}\right) \quad (13)$$

De donde se deduce que los parámetros adimensionales que gobiernan el fenómeno son H/H_D y x/H_D .

En el caso del funcionamiento con cresta controlada por compuertas radiales, es necesario además, considerar otras variables geométricas que definen su forma y ubicación:

B = Altura del eje de la compuerta sobre la cresta [L].

R = Radio de la compuerta [L].

A = Separación del labio de la compuerta, cuando está cerrada, medida horizontalmente desde la cresta [L].

a = Abertura de la compuerta.

En la ilustración 2 se muestra el significado geométrico de estas variables.

A partir de un procedimiento semejante al empleado para el caso del funcionamiento del vertedor a cresta libre, se establecen las siguientes relaciones funcionales:

$$\frac{y}{H_D} = f\left(\frac{H}{H_D}, \frac{x}{H_D}, \frac{a}{H_D}, \frac{A}{H_D}, \frac{B}{H_D}, \frac{R}{H_D}\right) \quad (14)$$

$$\frac{p/\gamma}{H_D} = f\left(\frac{H}{H_D}, \frac{x}{H_D}, \frac{a}{H_D}, \frac{A}{H_D}, \frac{B}{H_D}, \frac{R}{H_D}\right) \quad (15)$$

$$\frac{p^*}{H_D} = f\left(\frac{H}{H_D}, \frac{x}{H_D}, \frac{a}{H_D}, \frac{A}{H_D}, \frac{B}{H_D}, \frac{R}{H_D}\right) \quad (16)$$

Sin embargo, el número de parámetros adimensionales es muy grande, por lo que la determinación experimental precisa y completa la forma de las funciones 14, 15 ó 16; es una tarea prácticamente imposible. Es preciso, entonces, fijar los valores de algunos de estos parámetros o explorar sólo un rango limitado. En consecuencia, se decidió mantener fijos los valores de los parámetros B/H_D y R/H_D . De acuerdo con los experimentos de Lemos (1975 y 1981), su variación, al menos dentro del rango comúnmente utilizado en la práctica, no produce modificaciones de importancia en las otras variables.

Los experimentos se desarrollaron en el Laboratorio de Hidráulica de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, donde se construyó un vertedor especial para este fin, diseñado a partir de los criterios de la práctica normal. Las fórmulas que definen el perfil del cimacio son las propuestas por el US Army Corps of Engineers.

Para el cuadrante aguas abajo de la cresta:

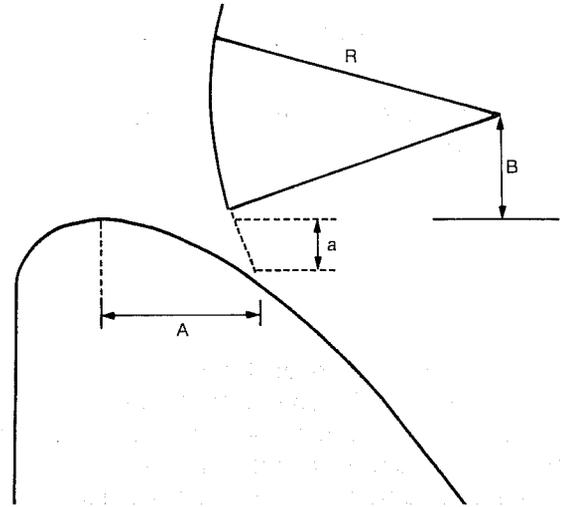
$$x^{1.85} = 2H_D^{0.85}y \quad (17)$$

Para el cuadrante aguas arriba:

$$y' = .724 \left[\frac{x + 0.27H_D}{H_D^{0.85}} \right] + .126H_D - .4315H_D^{.375} (x + .27H_D)^{.625} \quad (18)$$

La carga de diseño del vertedor fue de .151 m, y la longitud de cresta de 0.40 m, por lo que el gasto de diseño fue de 50 l/s. El vertedor se completó con una rápida de pendiente 1:7 y una cubeta deflector. En la ilustración 3 se muestra el vertedor utilizado; puede apreciarse el tablero de lectura de piezómetros, de los cuales se instalaron 12 sobre el cimacio para medir la distribución de presiones. El perfil de la superficie libre se determinó por medio de un limnómetro de punta, que se desplazaba sobre rieles nivelados con precisión. La carga sobre el vertedor se midió con un limnómetro de bote, instalado aguas arriba de la cresta. Para las pruebas con funcionamiento a cresta controlada, se diseñó y construyó una compuerta de acrílico (véase ilustración 4). La ca-

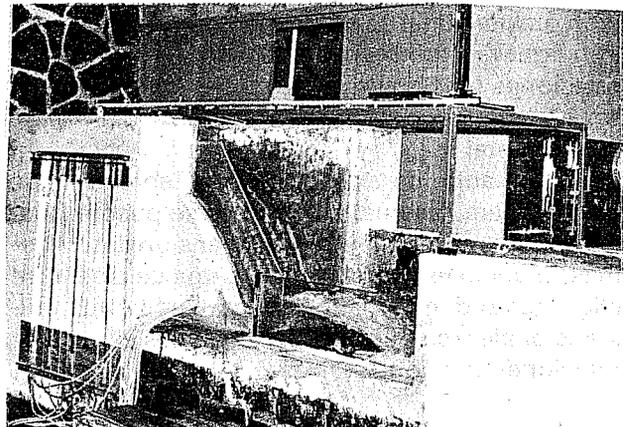
2. Variables geométricas de compuerta radial



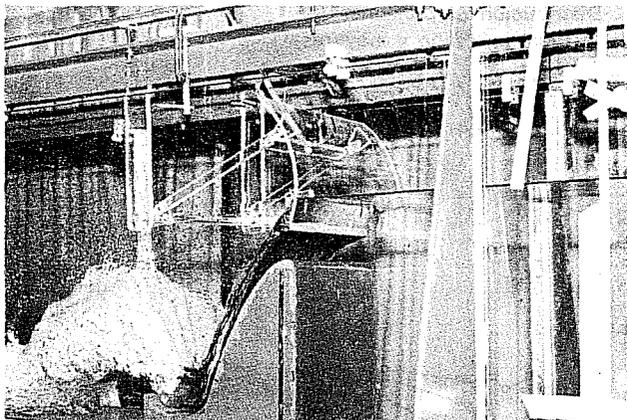
pacidad de las bombas del laboratorio fue suficiente para producir cargas sobre el vertedor muy superiores a la de diseño.

El programa experimental, en su conjunto, se dividió en dos etapas. En la primera se midieron los perfiles de la superficie libre y las presiones medias sobre el vertedor, y se identificaron las regiones en que sería más conveniente medir las fluctuaciones de presión. En la segunda, mediante otros instrumentos, se obtuvieron los espectros de dichas fluctuaciones. En ambas fases se realizaron mediciones para funcionamientos a cresta libre y controlada.

Para el registro y procesamiento de los datos de fluctuaciones de presión se elaboró una configuración de instrumentación (véase ilustración 5), que consta de una fuente de corriente directa,



3. Vertedor utilizado



4. Compuerta de acrílico

conectada a los transductores de presión, donde se registran las fluctuaciones de voltaje provocadas por las alteraciones del flujo. Esta señal se observó después en un osciloscopio y se procesó analógicamente, hasta obtener el espectro, en un analizador. Además, se hizo el trazado directo de los espectros de la pantalla del analizador mediante una graficadora analógica.

La fuente de poder utilizada fue la HP 6236, con dos canales, que proporciona una corriente directa de salida de gran precisión, con un mínimo de ruido. Los transductores de presión empleados fueron un Motorola, modelo MPX-100, con un rango de respuesta de a 0 a 100 kPa (0 a 1 kg/cm²), con sensibilidad de 0.6 mV/kPa, y un tiempo de respuesta típico de un milisegundo. Para transformar los datos de voltaje a cargas de presión, se calibraron estáticamente los transductores.

El analizador de espectros fue el HP 3582-A, que tiene un rango de frecuencias muy amplio, desde 0.02 Hz hasta 25.6 kHz. Su sensibilidad es tal, que es capaz de procesar señales hasta de 1 μ V. Para el rango de frecuencias probado, el analizador opera en el tiempo real, es decir, con un tiempo de procesamiento menor al de adquisición de datos. En la ilustración 6 se muestra el equipo de medición y procesamiento de datos, instalado junto al vertedor.

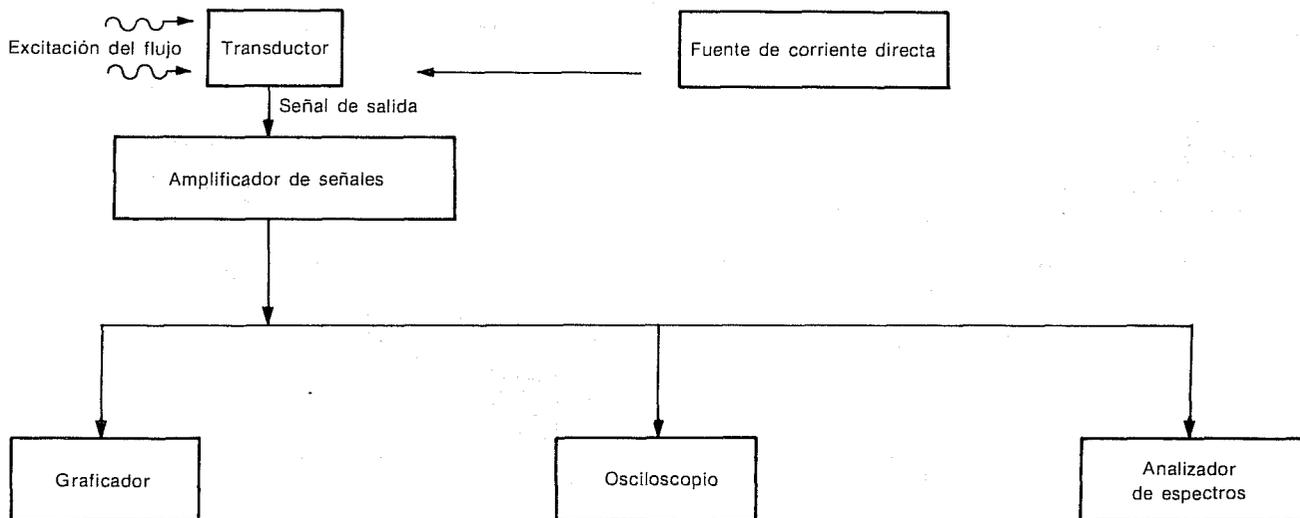
Distribuidores de presión

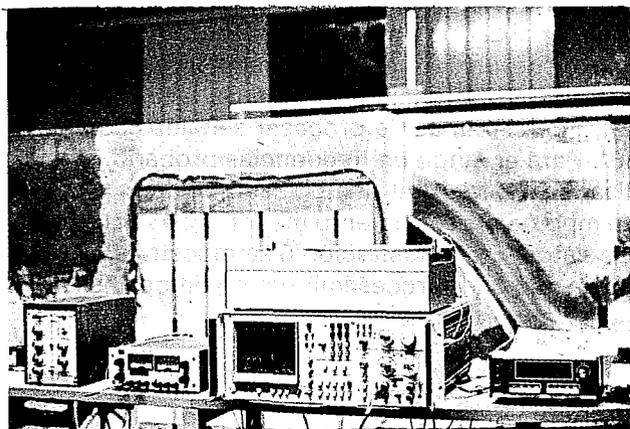
Para el funcionamiento con cresta libre se midieron el perfil de la superficie libre y las distribuciones de presión para cargas adimensionales hasta 50% mayores que la de diseño:

$$\frac{H}{H_D} = 0.25, 0.50, 0.75, 1, 1.25, y 1.5$$

En la ilustración 7 se señalan las distribuciones de presión medidas para cargas menores que la de diseño y en la 8, para cargas iguales y mayores. Puede observarse cómo las presiones se tornan negativas en cuanto la carga sobre el vertedor rebasa la de diseño. La máxima carga de presión negativa registrada sobre el vertedor para una carga aguas arriba 50% mayor que la de diseño, fue de 0.6 veces esta última. Deber recordarse que el cimacio termina en la distancia adimensional $x/H_D = 0.70$, punto a partir del cual se

5. Configuración para instrumentación





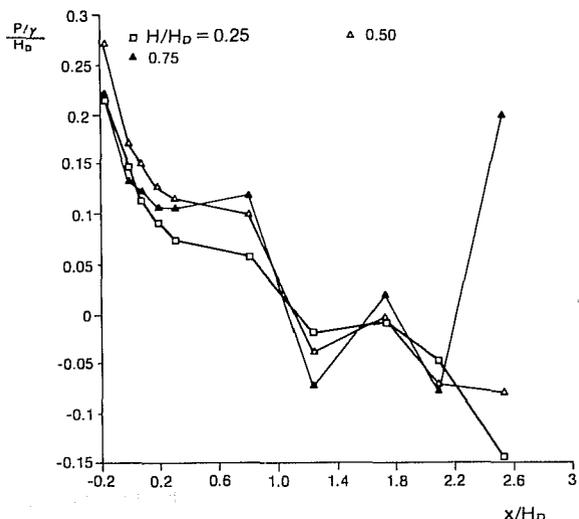
6. Equipo de procesamiento de datos

encuentra una rápida. En ésta también se registraron presiones negativas, aunque de menor magnitud. También debe notarse que estas presiones ocurrieron aun para cargas menores a la de diseño.

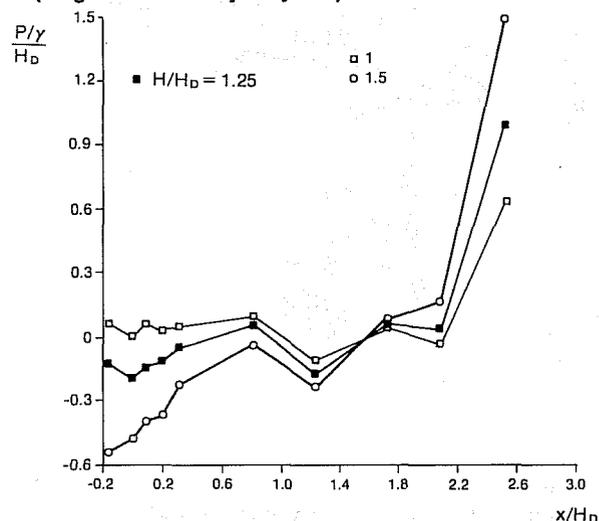
En el transcurso de los experimentos se observaron claras oscilaciones en los piezómetros ubicados cerca de la cresta del vertedor, lo que hizo evidente la existencia de fluctuaciones de presión de magnitud significativa. En la ilustración 9 se indican los perfiles medidos de la superficie libre, para descarga sin control.

En las ilustraciones 10, 11, 12 y 13 se presentan las distribuciones de presión medidas en el vertedor con compuerta; en las 10 y 11, la ubicación de la compuerta, exactamente el lugar donde descansa el labio de la compuerta cuando está cerrada, fue de $A/H_D=0$, es decir, sobre la cresta. En la primera se muestran los resultados para una

7. Distribución de presiones (cargas menores a la de diseño)



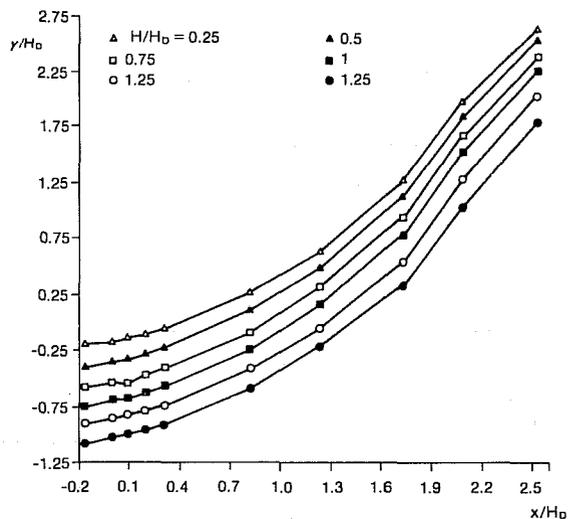
8. Distribución de presiones (cargas de diseño y mayores)



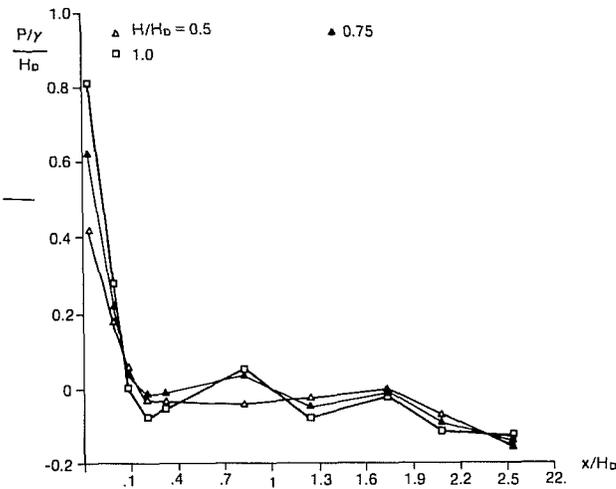
abertura pequeña, de $A/H_D=0.2$ y en la siguiente, para una un poco mayor (0.4). Las ilustraciones 12 y 13 corresponden a la ubicación normal de la compuerta en proyecto, en $a/H_D=0.22$, aguas abajo de la cresta. Se probaron las mismas aberturas que para la compuerta localizada en la posición anterior. No se recomienda ubicar la compuerta sobre la cresta, sino aguas abajo, para reducir al mínimo el riesgo de presiones negativas. Esto puede apreciarse al comparar, por ejemplo, las ilustraciones 10 y 11.

Por otra parte, al hacer la comparación con el funcionamiento con cresta libre, el efecto de la compuerta es disminuir la magnitud de las presiones negativas que se registran aun sobre la rápida

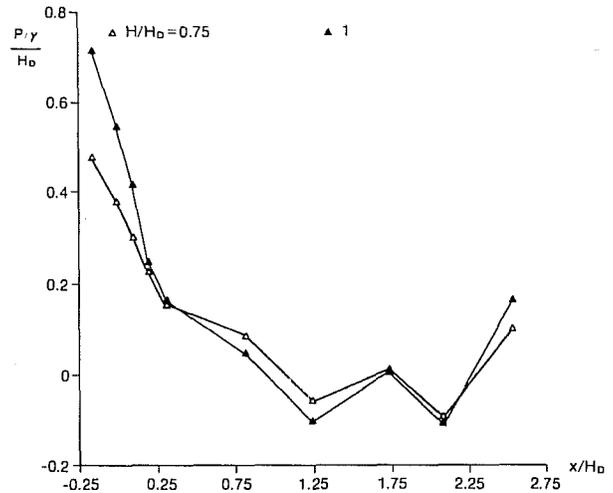
9. Perfiles de superficie libre medidos



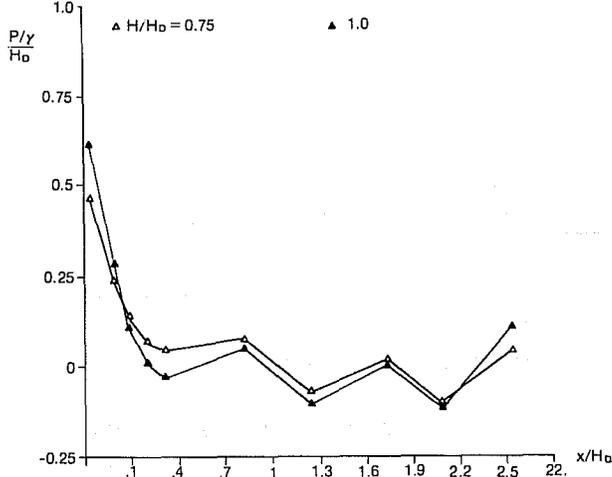
10. Distribuciones de presión
(con compuerta en $A/H_D = 0$. Abertura $a/H_D = 0.2$)



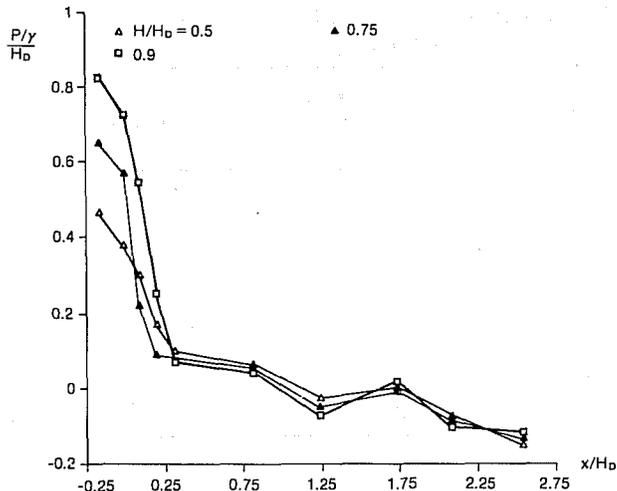
13. Distribuciones de presión
(con compuerta en $A/H_D = 0.22$ Abertura $a/H_D = 0.4$)



11. Distribuciones de presión
(con compuerta en $A/H_D = 0$ Abertura $a/H_D = 0.4$)



12. Distribuciones de presión
(con compuerta en $A/H = 0.22$ Abertura $a/H_D = 0.2$)

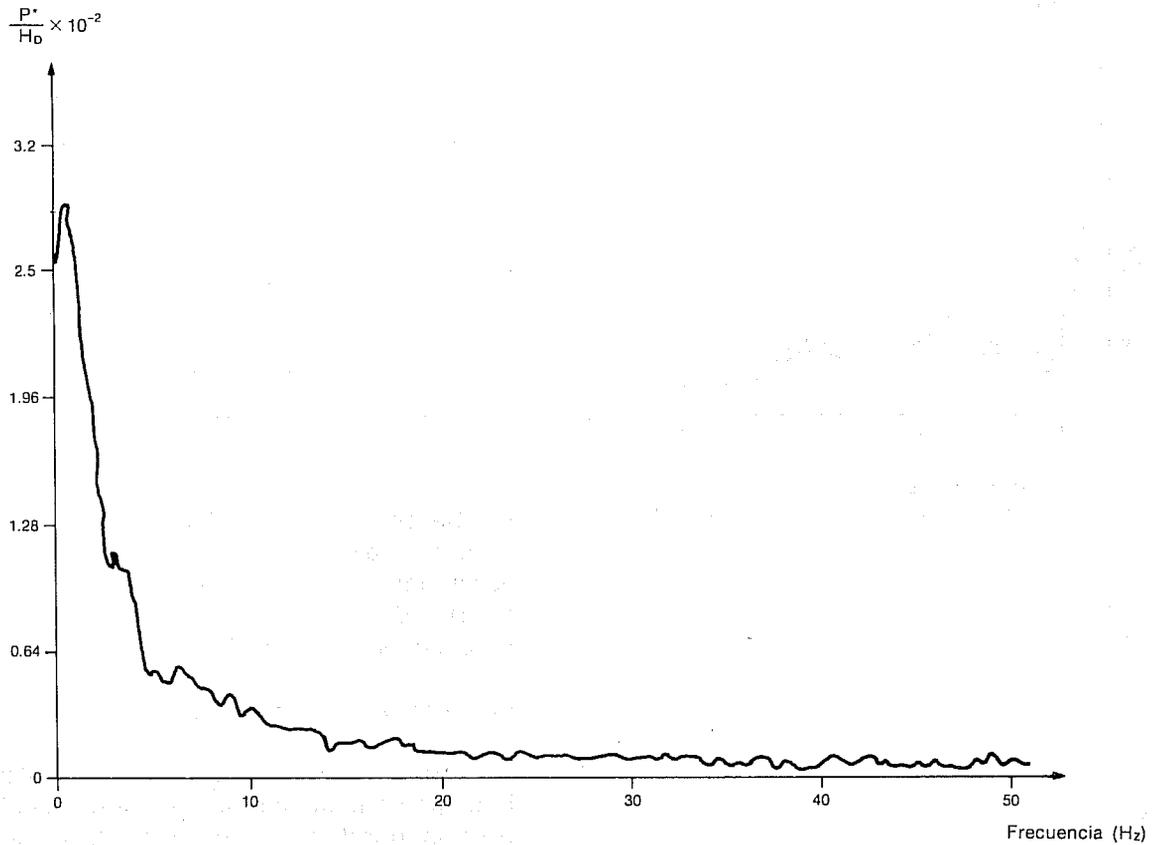


da. Se observa que, debido al efecto de la vena contracta, existe una región de presiones negativas aunque muy pequeña, aguas abajo de la compuerta. En el funcionamiento con compuerta no se observaron oscilaciones en los piezómetros.

Fluctuaciones de presión

De acuerdo con las observaciones realizadas en la etapa de medición de los valores medios de la presión, donde se establecieron las regiones mayores de presiones negativas, así como en los piezómetros, donde se observaron oscilaciones, se decidió ubicar transductores de presión en las distancias adimensionales $x/H_D = -0.16, 0.09$ y 0.31 . Se obtuvieron así espectros de fluctuaciones de presión para el funcionamiento a cresta libre y controlada con compuerta radial. Un espectro como el obtenido experimentalmente en esta investigación es una medida de la concentración de energía del flujo alrededor de determinadas frecuencias. Si el espectro tiene un pico en un determinado rango de frecuencias, significa que una parte importante de la energía del fenómeno se concentra en esa región, lo que equivale a la existencia de un fenómeno semiperiódico definido que ocurre con esa frecuencia. Esta hipótesis se comprueba cuando en el espectro aparecen otros picos, en frecuencias que son múltiplos del lugar donde aparece el pico mayor. Esto se interpreta como los armónicos del fenómeno principal. En la ilustración 14 se observa un espectro de fluctuaciones de presión obtenido en el transductor aguas arriba de la cresta ($x/H_D = -0.16$), funcionando a cresta libre, donde puede verse un pico

14. Espectro medido en el transductor ubicado en $x/H_D = 0.16$ (carga $H/H_D = 1.0$)



bien definido. En la ilustración 15 se muestran los espectros medidos en el transductor que se localizó prácticamente sobre la cresta ($x/H_D = 0.09$), para cargas menores, iguales y mayores que la de diseño. En ellos se observa no sólo la existencia de un pico bien definido, sino que aumenta para cargas crecientes y aparecen sus armónicos. Por otra parte, conviene notar que las fluctuaciones suceden en cargas menores que la de diseño. Dichas fluctuaciones podrían hacer que las presiones instantáneas fueran negativas, en especial para cargas cercanas a $H/H_D = 1$, aunque las presiones medias sean positivas. El efecto de la compuerta sobre las fluctuaciones de presión consiste en amortiguarlas de manera muy importante. De hecho, no se observó ningún espectro que tuviera picos de magnitud significativa. Esto se observa en particular en el caso de la compuerta colocada aguas abajo de la cresta. En el cuadro 1 se presentan los picos principales y sus armónicos, observados en el funcionamiento a cresta libre. Como se ve, existe una frecuencia de oscilación definida entre 0.8 y 1 Hz.

Conclusiones y recomendaciones

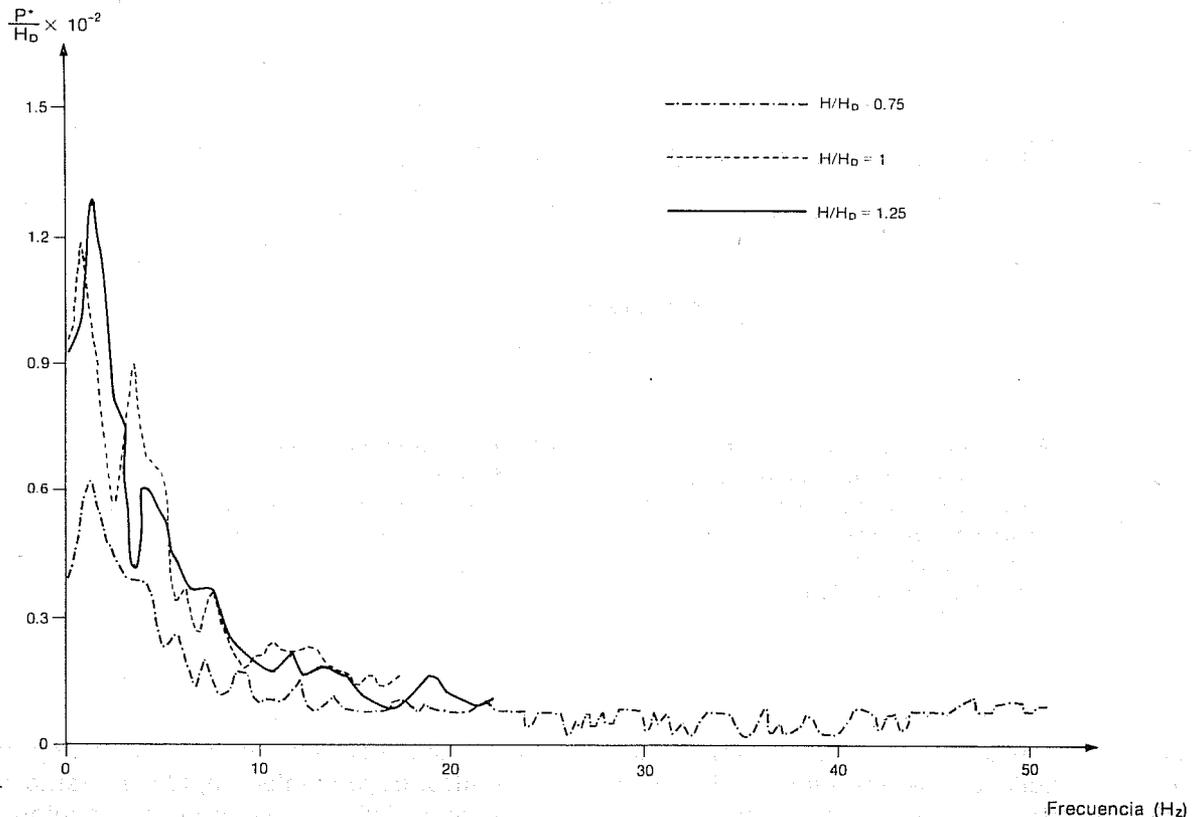
A partir de una investigación experimental se obtuvieron gráficas de distribuciones de presión para vertedores con cresta libre y controlada, bajo condiciones de operación muy severas, con car-

1. Frecuencias y picos principales observados (Cresta libre)

$\frac{H}{H_D}$	$x/H_D = 0.16$		$x/H_D = 0.09$		$x/H_D = 0.31$	
	frecuencia Hz	f. a.	frecuencia Hz	f. a.	frecuencia Hz	f. a.
0.75	.6	1.5	1.2 7	.6 .2	.8	.4
1.0	.6 3.4	3 1	.8 3.2	1.1 .9	.8 2	.5 .6
1.25	.7 4.2	4.5 1.5	1.2 4	1.3 .6	.8 3.2	.7 .6
1.33	0.6 3.2	8 2.6	1.15 1.9	1.2 .9	0.6 1.2	.7 .7

f.a. = fluctuación adimensional $\frac{P^*}{H_D} \cdot 10^{-2}$

15. Espectros medidos en el transductor ubicado en $x/H_0 = 0.09$



gas iguales y mayores que la de diseño. Se observó que en los primeros es fácil obtener presiones negativas con cargas ligeramente mayores que las de diseño. En los vertedores con la compuerta colocada aguas abajo de la cresta se observó un comportamiento adecuado de las presiones, es decir, sólo hubo presiones negativas en una pequeña región, cercana al labio de la compuerta.

Se estableció la existencia de un fenómeno casi-periódico, con una frecuencia entre 0.8 y 1 Hz en el vertedor estudiado. La magnitud de estas oscilaciones no es su característica más peligrosa, sino el hecho mismo de que posean una frecuencia tan definida, ya que esto podría originar vibraciones hidroelásticas en estructuras con frecuencias naturales cercanas o múltiplos de ellas. Se recomienda establecer mediciones en prototipos, para verificar los resultados de esta investigación.

Referencias

Bazín, H. "Experiences Nouvelles sur l'écoulement en deversoir", París, 1898.

Bureau Of Reclamation, Dept. of Interior. "Studies of crests for over flow dams", Boletín núm. 3, parte VI, Proyecto Boulder Canyon, Informe final, EUA, 1948.

Cassidy, J.J. "Designing spillway crests for high-head operation", *Journal of Hydraulics*, Div. ASCE, EUA, marzo, 1970.

Creager, W.P. "Masonry Dams", Nueva York, 1917.

Chow, V.T. *Open-channel hydraulics*, McGraw-Hill, Tokyo, 1959.

Lemos, F. "Criterios para o dimensionamento hidráulico des barragens descarregadoras", FLNEC, mem. 556, Lisboa, 1981.

Lemos, F. "Directivas para a colocazao das comportas nos descarregadores das barragens" FLNEC, Lisboa, 1975.

Scimemi, E. "Il profilo delle dighe stioranti", *L'Energia Elettrica*, Roma, 1946.

Scimemi, E. "Sulla forma da assegnarse alle dighe sfiortanti", *L'Energia Elettrica*, Roma, 1946.

US Corps of Engineers, Dept. of Army, "Hydraulic Design Criteria", EUA, s/a.

¹ Esta investigación se llevó a cabo gracias al apoyo económico del Conacyt, y fue realizada en la Facultad de Ingeniería de la UNAM, en el marco del Convenio SARH-Conacyt-UNAM