

Artículo publicado en el Repositorio Institucional del IMTA

<i>Título</i>	Métodos para calcular capacidades de embalse.
<i>Autor / Adscripción</i>	Leslie Skertchly Molina Instituto Mexicano de Tecnología del Agua
<i>Publicación</i>	Ingeniería Hidráulica en México, (1): 46-52
<i>Fecha de publicación</i>	1989
<i>Resumen</i>	Para el cálculo de la capacidad de embalse se han empleado dos métodos, el de la curva masa y el de modelos de simulación, usando en ambos casos los registros de escurrimientos disponibles. Se presenta una evaluación de los métodos descritos y se hacen comparaciones entre ellos, relativas a su eficiencia y a la información que producen. Por último, se desarrollan otras técnicas basadas en las descritas, que permiten no sólo calcular la capacidad de embalse sino que proveen más información útil para el diseño de sistemas de aprovechamientos hidráulicos.
<i>Identificador</i>	http://hdl.handle.net/123456789/1246

Métodos para calcular capacidades de embalse

Leslie Skertchly Molina

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, CNA

En México, el cálculo de la capacidad de embalse es un problema al que no se ha dado la debida importancia. Tradicionalmente, se han empleado dos métodos, el de la curva masa y el de modelos de simulación, usando en ambos casos los registros de escurrimientos disponibles. En este artículo se describen, comentan y ejemplifican algunos otros métodos de aplicación sencilla y efectiva, que permiten el empleo tanto de los registros históricos de escurrimientos como los generados en forma sintética, ampliando la longitud de los originales. Se presenta una evaluación de los métodos descritos y se hacen comparaciones entre ellos, relativas a su eficiencia y a la información que producen. Por último, se desarrollan otras técnicas basadas en las descritas, que permiten no sólo calcular la capacidad de embalse sino que proveen más información útil para el diseño de sistemas de aprovechamientos hidráulicos.

Una decisión fundamental en la elaboración de un proyecto de aprovechamientos hidráulicos es la capacidad de un embalse. Este problema ha recibido atención desde hace más de un siglo (Rippl, 1883). Aunque se ha considerado en muchas ocasiones un problema trivial, puede complicarse por agravantes tales como los usos múltiples del embalse, v.g. demanda múltiple, generación eléctrica, control de avenidas, etc. Las preguntas de partida son ¿cuánta agua se necesita? y ¿cuánta agua se espera? La primera es relativamente sencilla de contestar, pero deben tomarse en cuenta las variaciones estacionales de la demanda, las necesidades futuras, aspectos socioeconómicos, etc. En relación con el segundo problema, el potencial de la fuente, se puede estudiar el comportamiento del río a través de los registros históricos de escurrimiento.

Otro aspecto que debe considerarse es la distribución temporal de los escurrimientos y las demandas. El caudal puede ser insuficiente para satisfacer las demandas requeridas durante las épocas de estiaje. Además, el mismo río, que puede conducir poco o nulo caudal en algunas temporadas del año, puede incrementarlo en

proporciones tales que constituya un peligro latente en época de avenidas. De ahí que sea necesario considerar la construcción de un vaso capaz de retener los excesos de agua en época de avenidas, así como permitir su uso durante los periodos de bajo escurrimiento. Cualquiera que sea el tamaño del embalse, su función deberá ser la de regular el régimen natural del río.

De acuerdo con una clasificación de McMahon y Mein (1978), existen tres tipos principales de procedimientos para calcular la capacidad de un embalse: determinísticos, en los que se hace uso de registros de escurrimiento en periodos críticos; los métodos tipo Moran (Moran, 1960) y los basados en la generación sintética de información: estocásticos.

En forma breve, los métodos determinísticos son una serie de técnicas en las que no se hace uso de la probabilidad. Se emplean registros históricos de escurrimiento sin considerar la generación estocástica. Entre los más importantes se pueden mencionar la curva masa o diagrama de Rippl, los modelos de simulación y el método de la secuencia de picos.

Dentro del segundo grupo se consideran aquellos métodos que se derivan del trabajo de Moran (1956, 1960), que da una distribución permanente o estacionaria de contenidos en embalse cuando se define una demanda, dado el régimen de escurrimiento del río. En general, estos procedimientos derivan, por diferentes medios, una matriz de probabilidades de transición.

Los métodos estocásticos son los que se basan en el uso de registros sintéticos o *generados estocásticamente*. En esencia, estos métodos son los mismos que los descritos anteriormente. La diferencia está en la longitud del registro de escurrimientos, el cual se obtiene de un modelo de generación estocástica que permite conservar las mismas propiedades estadísticas del registro histórico del que se parte.

Todas estas técnicas son, en cierto sentido, formas de simular el comportamiento de un sistema de aprovechamiento de recursos hidráulicos para obtener información relativa a alguna variable de interés, *v.g.* demanda, capacidad de control de avenidas, potencial de explotación, etc. En general, se emplea la técnica de ensayo y error, combinando valores de las variables hasta lograr un óptimo en alguna de ellas.

A continuación se presentan los métodos de cálculo más comúnmente empleados, mencionando sus ventajas y limitaciones e ilustrando su aplicación mediante un ejemplo sencillo. Al final se exponen algunas ideas originadas en las propiedades de los métodos expuestos.

Métodos de cálculo

Métodos determinísticos

- *Método de la curva masa*

Este es uno de los métodos determinísticos más conocidos; se debe al ingeniero irlandés Rippl (1883), por lo que a menudo se le refiere como diagrama de Rippl. Para su aplicación se construye una gráfica que muestre el escurrimiento acumulativo del río contra el tiempo, de preferencia en una escala mensual.

Si los escurrimientos mensuales correspondientes a varios años de registro se grafican de esta manera, se observará un comportamiento oscilatorio alrededor de una recta que unirá los puntos medios. Así, se observarán variaciones de

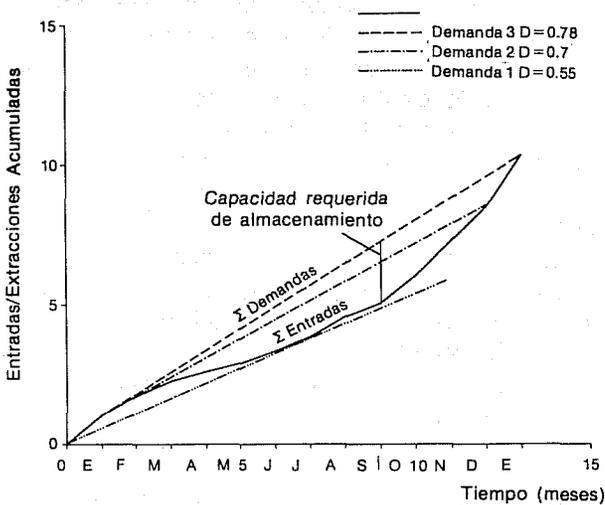
pendiente que van cambiando según la magnitud de los escurrimientos y que corresponden a una disminución cuando el escurrimiento en un mes es menor al del mes anterior y a un aumento cuando existe una tendencia al alza entre dos meses consecutivos. A esta curva de escurrimientos acumulados se le superpone una línea de extracciones acumuladas, uniendo dos puntos de inflexión en cuyo intervalo existe un tramo cóncavo de curva. Esto significa, en términos del mecanismo de entrada-almacenamiento-extracción, que el comportamiento del río se modifica al imponer un almacenamiento que forzaré a que el régimen del río siga la tendencia de la recta de demanda en vez de seguir la que sufre el río aguas arriba del embalse.

Una vez hecho lo anterior, se mide la ordenada mayor entre ambas curvas, es decir, el punto en el que la curva masa está más distante de la recta de demandas. Esta longitud representa el volumen necesario para satisfacer la diferencia entre la demanda y el escurrimiento natural del río, posterior al tiempo en que se igualan, que es el primer punto en que la recta de demanda y la curva masa se unen en el diagrama.

Este método permite calcular de la capacidad necesaria de embalse y el potencial de aprovechamiento de un río. En el primer caso, para evaluar la capacidad de embalse, se puede emplear un registro histórico crítico, en el que se presenten las condiciones más severas de escurrimiento, considerando una demanda anual preestablecida. Para el segundo, se puede emplear un registro histórico de escurrimientos bajo y alto y establecer, de acuerdo con algún criterio normativo, por ejemplo, porcentaje anual de satisfacción de demanda, la extracción potencial que la fuente permita.

El método se muestra en la ilustración 1, donde se han dibujado tres demandas posibles. La demanda 2 es de $0.70\text{Hm}^3/\text{mes}$; se satisface con la construcción de un vaso de 1.43Hm^3 de capacidad. Si la demanda se reduce, demanda 1, no es necesaria capacidad alguna de regulación, la derivación directa permite satisfacerla. Finalmente, la demanda 3 permite conocer la potencialidad del río, es decir, es la máxima extracción posible. En este caso, la capacidad requerida para regular el régimen del río es de 2.19Hm^3 . Lo anterior es válido toda vez que no exista evaporación, u otra pérdida, en el área de embalse y que la porción de registro empleada se repita en los años de operación del sistema.

1. Método de la curva masa



Modelo de simulación

Este método de análisis es quizá el más empleado en la actualidad; por lo general, para su aplicación se elabora un programa de computadora, aunque también puede hacerse manualmente en forma tabular, y se basa en la ecuación de continuidad

$$Z_{t+1} = Z_t + Q_t - D_t - E_t - L_t \quad (1)$$

con la restricción

$$0 \leq Z_{t+1} \leq C$$

donde

- Z_{t+1} es el volumen almacenado al final del mes t
- Z_t es el volumen almacenado al inicio del mes t
- Q_t es la entrada al vaso durante el mes t -ésimo
- D_t extracción al vaso durante el mes t
- E_t evaporación neta durante el mes t
- L_t otras pérdidas en el mes t
- C capacidad útil del embalse, (variable cuando el embalse sirve para control de avenidas).

En forma secuencial es como sigue:

- Se establece una capacidad inicial C y se toma $Z_0 = C$ (vaso lleno). De esta

forma se está probando una capacidad de almacenamiento C .

- Se aplica la ecuación de continuidad, usando el registro histórico de escurrimientos disponible. La demanda puede ser constante o variar estacionalmente.
- Se va elaborando un registro de los valores Z_t y D_t para un análisis posterior.
- Se analiza el registro de valores de Z y D y se compara el número de veces en que no se cumplió total o parcialmente con la demanda, el nivel de satisfacción, etc., referidos a una norma establecida. En caso de no cumplir con la norma, se repite el procedimiento en el paso 1 con una nueva capacidad de almacenamiento.

Este procedimiento es a menudo muy laborioso porque requiere del ajuste de diversas variables, por lo que es necesario un proceso de ensayo y error hasta lograr los resultados esperados.

A manera de ejemplo, el cuadro 1 muestra la simulación de un almacenamiento para 15 meses de operación. Se expone un caso sencillo: un embalse de 1650Hm^3 de capacidad. Con esta capacidad se presentan tres meses de déficit, sin embargo, también ocurren dos meses de derrame. Los tres meses de déficit, pueden ser consecuencia del almacenamiento inicial elegido, la mitad de la capacidad total. El proceso tendría que repetirse, si el resultado obtenido no satisface las normas de funcionamiento, cambiando la capacidad de almacenamiento. También, en casos como éste, conviene estudiar el efecto que tiene el almacenamiento inicial, para determinar cuál representa mejor las condiciones reales del sistema.

Algoritmo de la sucesión de picos

Este es un método propuesto por Thomas y Burden (1963) y referido en diversos trabajos (Fiering, 1967; Wallis y Matalas, 1972). Este algoritmo permite calcular la capacidad de un embalse, dado un registro de escurrimientos y su posible demanda, de tal forma que ésta pueda ser satisfecha siempre, si los escurrimientos y las extracciones se repiten.

El método se aplica procediendo como sigue:

- Se calcula $Q_i - D_i$ (escurrimiento-demanda) para toda $i = 1, 2, \dots, 12 N$ meses (N , número de años de registro) y se calcula la entrada neta (escurrimiento-demanda) acumulada.

1. Simulación de un almacenamiento

Z_t	Q_t	D_t	E_t	Z_{t+1}	Derrame
800.0	426	400	1.0	825.0	
825.0	520	500	0.8	844.2	
844.0	263	800	1.2	306.0	
306.0	527	900	1.5	-68.5	
0.0	580	1200	2.1	-622.1	
0.0	753	900	2.7	-149.7	
0.0	910	800	3.2	106.8	
106.8	922	700	4.6	324.2	
324.2	1181	600	5.1	900.1	
900.1	1266	500	7.0	1659.1	9.1
1650.0	167	400	4.3	1412.7	
1412.0	559	350	2.1	1619.6	
1619.6	632	400	1.0	1850.6	250.6
1600.0	536	500	0.8	1455.2	
1455.2	550	800	1.2	1204.0	

$$\sum(Q_i - D_i); \quad t = 1, 2, 3, \dots, 12N \quad (2)$$

- Se localiza el primer pico (P_1 , valor máximo) de estos valores acumulados, ya sea en una tabla de cálculo o en una gráfica de esas diferencias acumulativas ($Q_i - D_i$) contra el tiempo en meses.
- Se busca el siguiente pico (P_2) que es mayor en magnitud que el primero (P_1) y que es posterior en el tiempo. Esto asegura que el embalse se ha vuelto a llenar y se ha completado un ciclo.
- Entre este par de picos, se encuentra la mayor depresión (T_1 , valor mínimo), y se calcula ($P_1 - T_1$) que es la capacidad de almacenamiento requerida en ese intervalo de tiempo, i.e. este volumen debe estar almacenado al final del mes correspondiente al P_1 para poder satisfacer la demanda completamente y llegar al final del mes correspondiente a T_1 con almacenamiento cero.
- Se localiza un pico posterior (P_3) mayor que P_2 .
- Se encuentra una depresión entre P_2 y P_3 (T_2) y se calcula $P_2 - T_2$.
- Se continúa el mismo procedimiento para el resto de la serie y se encuentra la mayor diferencia $P_i - T_i$ que es la capacidad de almacenamiento requerida.

Como ejemplo considérese un registro de tres años con la demanda que aparece en el cuadro 2.

De los tres métodos presentados, el de la sucesión de picos muestra características que lo hacen más atractivo, cuando el problema que se trata de resolver es el de la determinación de la capacidad de embalse. Cuando se tiene un registro muy largo de escurrimientos es difícil aplicar el método de la curva masa por lo laborioso que resultaría. El uso de un modelo de simulación presenta limitaciones debido a la necesidad de aplicarlo varias veces hasta obtener el resultado deseado. El algoritmo de la sucesión de picos es fácilmente aplicable con una computadora

y permite obtener el resultado con la primera aplicación del método. La longitud del registro no representa una limitación cuando se ha elaborado un programa de computadora.

Método de la curva masa a la inversa

El método de la curva masa puede hacerse en forma aritmética. De esta manera, el resultado es inmediato y no se tendría la limitación de un registro de escurrimiento muy largo. El método que se propone es en cierta forma una modificación al algoritmo de la sucesión de picos, pero que tiene su origen en el método de la curva masa.

El procedimiento de aplicación es el siguiente:

- Se calculan las diferencias entre el escurrimiento Q_i y la demanda D_i , para los $12N$ meses del periodo de registro, que se anotan en un registro de Exceso/Deficiencia.
- En otra columna se calculan las diferencias acumuladas, empezando con el último valor negativo (deficiencia) y procediendo hacia atrás, hasta que uno de estos valores resulte positivo.
- Se elige la menor de estas cantidades negativas que es la capacidad requerida del embalse.

Como ejemplo se presenta el proceso de cálculo que debe seguirse (véase cuadro 3), donde se puede observar que las cantidades de cada columna tienen un significado específico, en términos de lo que ocurre en el embalse. Este método resulta más sencillo de programarse que el algoritmo de la sucesión de picos, ya que la búsqueda se limita a los valores negativos de $Q_i - D_i$, es decir, los de deficiencia, mientras que para el algoritmo de la sucesión de picos es necesario un escrutinio de todo el registro de esos valores. Esto puede comprobarlo el lector si aplica este último método a los datos del cuadro 2.

Métodos probabilísticos

Método de la matriz de transición

Harris (1965) propone un método de cálculo de capacidad de embalse basado en el manejo de una matriz de probabilidades de transición (MPT). El procedimiento es como sigue:

2. Algoritmo de la sucesión de picos

Escurrimiento Q_i	Demanda D_i	Esc-Dem $Q_i - D_i$	\sum (Esc-Dem) $\sum(Q_i - D_i)$		Capacidad Requerida ($P_i - T_i$)
426	400	26	26		
520	500	20	46		
263	800	-537	-491	P_1	
527	900	-373	-864		
580	1200	-620	-1484		
753	900	-147	-1631	T_1	1677
910	800	110	-1521		
922	700	222	-1299		
1181	600	581	-718		
1266	500	766	48	P_2	
167	400	-233	-185	T_2	233
559	350	209	24		
632	400	232	256	P_3	
356	500	-144	112		
550	800	-250	-138		
433	900	-467	-605		
453	1200	-747	-1352		
805	900	-95	-1447	T_3	1703
1101	800	301	-1146		
1011	700	311	-835		
1250	600	650	-185		
1325	500	825	640	P_4	
350	400	-50	590	T_4	50
791	350	441	1031		
622	400	222	1253	P_5	
426	500	-74	1179		
178	800	-622	557		
479	900	-421	136		
637	1200	-563	427		
727	900	-173	600		
921	800	121	479		
1120	700	420	59	T_5	1194
1015	600	415	356		
1408	500	908	1264		
681	400	281	1545	P_6	
217	350	-133	1412		

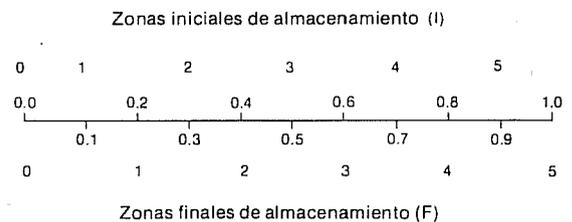
- Se define una capacidad de almacenamiento, conocida la demanda.
- Del registro de escurrimiento se definen dos temporadas principales, seca y húmeda (o de otra forma según sea necesario) y se separan los registros de escurrimiento correspondientes.
- Considerando una distribución teórica que represente adecuadamente a la de la muestra de escurrimientos, se construye una gráfica de frecuencia acumulativa contra escurrimiento para cada una de las estaciones identificadas anteriormente.
- Se definen zonas de almacenamiento iniciales y finales para la capacidad de embalse considerada (véase ilustración 2).
- Se calculan las contribuciones netas al almacenamiento para que iniciando en una zona I se termine en cada una de las zonas finales F. Para ello se emplea:

$$Q_t = S_{t+i} + D_t - S_t \quad (3)$$

donde

Q_t es la contribución neta al almacenamiento

2. Ejemplo de división de zonas de almacenamiento



S_{t+1} es el límite inferior de la zona final de almacenamiento

D_t es la demanda estacional

S_t es el límite inferior de la zona inicial de almacenamiento. La contribución neta al almacenamiento es el volumen de agua necesario para alcanzar una zona de almacenamiento después de haber satisfecho la demanda

- De las gráficas de las distribuciones acumulativas de probabilidad, se calcula la probabilidad que corresponde a las contribuciones ne-

3. Forma de cálculo de la curva masa a la inversa

Mes	Entrada	Demanda	Exceso Deficiencia		Capacidad requerida de almacenamiento
1	25.0	12.0	13.0	Todos los	0.0
2	28.0	11.0	17.0	excesos de	-1.0
3	18.0	10.0	8.0	entrada se	-18.0
4	24.0	9.0	15.0	usan para	-26.0
5	13.0	10.0	3.0	llenar el almacenamiento	-41.0
6	9.0	12.0	-3.0	Almacenamiento lleno	-44.0
7	6.0	13.0	-7.0	Las entradas	-41.0
8	12.0	15.0	-3.0	se complementan	-34.0
9	12.0	17.0	-5.0	con la extracción	-31.0
10	10.0	20.0	-10.0	neta al	-26.0
11	9.0	19.0	-10.0	almacenamiento	-16.0
12	10.0	16.0	-6.0		-6.0
13	20.0	12.0	8.0		0.0

tas al almacenamiento Q_i antes calculadas y se forma una matriz de probabilidad como la que se muestra en el cuadro 4.

- La matriz así formada, se eleva al cuadrado en forma sucesiva hasta lograr que los renglones tengan valores iguales en cada una de sus columnas. Esta matriz (permanente) muestra las probabilidades de pasar de una zona de almacenamiento a otra, cuando el sistema ha operado durante un número infinito de años. De esta manera, los resultados son independientes de las condiciones originales de operación.
- Si la probabilidad de no cumplir con la demanda no es el valor deseado, se repite el proceso para una nueva capacidad de almacenamiento.

4. Matriz de probabilidades de transición

		Zona inicial de almacenamiento						
		0	1	2	3	4		
Z	F	0	0.020	0.005	0.002	0.000	0.000	Matriz original
o	i	1	0.030	0.015	0.005	0.000	0.000	
n	n	2	0.110	0.030	0.015	0.005	0.000	
a	a	3	0.180	0.110	0.030	0.015	0.005	
	l	4	0.660	0.840	0.950	0.980	0.995	

		Zona inicial de almacenamiento						
		0	1	2	3	4		
Z	F	0	0.0010	0.001	0.001	0.001	0.001	Matriz permanente
o	i	1	0.0031	0.003	0.031	0.031	0.031	
n	n	2	0.0920	0.092	0.092	0.092	0.092	
a	a	3	0.0200	0.200	0.200	0.200	0.200	
	l	4	0.0274	0.674	0.674	0.674	0.674	

Este método demanda un gran esfuerzo de cálculo, ya que es necesario realizarlo varias veces antes de llegar al resultado deseado. Sin embargo, produce información muy útil que los métodos determinísticos no generan. De hecho, se puede llegar más rápidamente al resultado deseado, si se grafican los valores de probabilidad de no satisfacer la demanda contra las capacidades probadas e interpolar el valor de probabilidad deseado. Este método puede ser usado en forma conjunta con un modelo de simulación, lo cual permitiría evaluar una capacidad obtenida, haciendo la simulación del funcionamiento del sistema con los registros históricos de escurrimiento. Una desventaja importante de esta técnica es la de limitar a un número reducido las estaciones o temporadas de escurrimiento ya que, por ejemplo, hacer la división en meses requeriría aplicar el método 12 veces e iterar para diversas capacidades de almacenamiento. Esto representa una tarea muy laboriosa tanto en tiempo-analista como en tiempo-computadora.

Métodos estocásticos

Los métodos estocásticos se denominan así por el uso que se hace de escurrimientos sintéticos, generados estocásticamente a partir del registro histórico correspondiente y que poseen las mismas características estadísticas que la muestra original.

Como se mencionó anteriormente, estos métodos son en esencia los mismos descritos en el grupo de métodos determinísticos. En la literatura aparecen diversos ejemplos del uso de estos métodos. Wallis y Matalas (1972) usan un modelo de generación de escurrimientos y lo acoplan al algoritmo de sucesión de picos, para estudiar la sensibilidad en el diseño de un embalse a los diferentes mecanismos de generación estocástica de escurrimientos. Burges y Linsley (1971) realizan diversos estudios sobre variación de parámetros hidrológicos y de demanda usando también registros hidrológicos generados estocásticamente. Fiering (1967) presenta un trabajo en el que se usa esta información artificial para alimentar un modelo de simulación.

- Los métodos determinísticos tienen la desventaja de considerar sólo el registro histórico de escurrimientos, limitando de esta manera las posibilidades de escurrimiento a las de la muestra histórica. Sin embargo, la gran ventaja de estas técnicas es su simplicidad tanto en los conceptos como en la aplicación. Estos procedimientos pueden ser usados en una etapa preliminar de diseño.
- En el caso de los métodos de matriz de probabilidad de transición, se hace abstracción de los registros históricos mediante el empleo de distribuciones teóricas de probabilidad, considerando así todas las condiciones posibles de entrada al vaso. Este es un método más elaborado y complejo que involucra el cálculo de la matriz permanente. Este proceso es muy tardado, por lo que usualmente se consideran dos estaciones de escurrimiento en el ciclo anual.
- El empleo del algoritmo de sucesión de picos o el de la curva masa a la inversa puede proveer mayor información, si se aplican usando un registro sintético de gran longitud (v.g. 1000 años). Estos dos métodos pueden modificarse para lograr una simulación regresiva si se toman en cuenta evaporación, precipitación, etc., lo que produciría información más precisa sobre el comportamiento del sistema.
- El uso de todos estos métodos de cálculo es recomendable para cualquier aplicación real. La comparación de los resultados obtenidos, podría proveer información adicional respecto al funcionamiento del embalse, lo cual en muchas circunstancias es valioso para el diseñador.
- La modificación de algunos de estos métodos permitiría la obtención de otras variables de diseño tales como la capacidad de control de avenidas. De hecho, se pueden llegar a establecer curvas de extracción o políticas de operación, lo cual es en sí un campo basto de análisis y que podría ser tratado en otro artículo.

Conclusiones

El diseño de la capacidad de un embalse juega un papel esencial en el aprovechamiento de recursos hidráulicos, ya que es el medio que transforma el

régimen natural del río en el régimen de extracción que el sistema impone. De aquí la importancia que reviste este concepto en el diseño global de los sistemas de aprovechamientos hidráulicos. La exposición anterior revela la evolución de los métodos de cálculo de capacidades de embalse: desde los métodos aritméticos y/o gráficos como la curva masa, pasando por sus versiones modificadas como el algoritmo de la sucesión de picos, los métodos probabilísticos basados en conceptos de teoría de líneas de espera hasta los más recientes desarrollos en teoría estocástica que han permitido, con la facilidad que brindan las computadoras, el uso de muestras de gran longitud en la aplicación de técnicas de simulación.

Referencias

- Burgers, S. J. y Linsley, R. K. "Some factors influencing required reservoir storage", *Journal of the Hydraulic Division*, ASCE, 97(7): 977-991, 1971.
- Fiering, M. B. *Streamflow Synthesis*, Mc Millan, Londres, 1967.
- Harris, R.A. "Probability of Reservoir Yield Failure using Moran's Steady State Probability Method and Gould's Probability Routing Method", *Journal of the Institution of Water Engineers*, 19:302, 1965.
- McMahon, T.A. y Mein, R.G. *Reservoir Capacity and Yield*. Elsevier Scientific Publishing Co., Amsterdam, 1978.
- Moran, P.A.P. "A Probability Theory of Dams and Storage Systems", *Australian Journal of Applied Science*, 6:116, 1954.
- Moran, P.A.P. *The Theory of Storage*, Methuen, Londres, 1960.
- Rippl, W. "Capacity of Storage Reservoir for Water Supply", *Minutes of Proceedings, Inst. of Civil Eng.* 71:270-278, 1883.
- Skertchly, M.L. *Computational Study of Reservoir Storage Probability Rule Curves*. Tesis para obtener el grado de Maestría en Ciencias, Dep. of Civil Eng. University of Strathclyde, Glasgow, Escocia, 1983.
- Thomas, H.A. y Burden R.P. *Operation Research in Water Quality Management*, Harvard Water Resources Group, 1972.
- Wallis, J. R. y Matalas, N. C. "Sensitivity of reservoir design to the generating mechanism of inflows", *Water Resources Research*, Vol. 8, No. 3, 1972.