

**Procedimiento metodológico para la elaboración de un
monitor de la persistencia de la sequía en México**
**Methodological procedure for a persistence drought
monitor in Mexico**

René Lobato Sánchez¹

Miguel Ángel Altamirano del Carmen²

Claudio Hoyos Reyes³

Mario López Pérez⁴

Marco Antonio Salas Salinas⁵

José Guadalupe Rosario de la Cruz⁶

¹Instituto Mexicano de Tecnología del Agua. Paseo Cuauhnáhuac 8532, Col. Progreso, Jiutepec, Morelos, CP 62550. rene_lobato@tlaloc.imta.mx

²Consultor en variabilidad, cambio climático y gestión del riesgo. Primera poniente 101, Isidro Fabela, Del. Tlalpan, Ciudad de México, CP 14030. mgaac@yahoo.com

³Facultad de Instrumentación, Electrónica y Ciencias Atmosféricas de la Universidad Veracruzana. Circuito Gonzalo Aguirre Beltrán s/n, Zona Universitaria, CP 91000. choyos@uv.mx.

⁴Instituto Mexicano de Tecnología del Agua. Paseo Cuauhnáhuac 8532, Col. Progreso, Jiutepec, Morelos, CP 62550. mario_lopezperez@tlaloc.imta.mx

⁵Instituto Mexicano de Tecnología del Agua. Paseo Cuauhnáhuac 8532, Col. Progreso, Jiutepec, Morelos, CP 62550. marco_salas@tlaloc.imta.mx

⁶Consultor independiente. jgperosario@gmail.com

Autor para correspondencia: René Lobato Sánchez,
rene_lobato@tlaloc.imta.mx

Resumen

Se presenta una metodología cuantitativa y replicable para el monitoreo (detección y seguimiento) de las sequías. Se demuestra que el monitoreo de las sequías se puede realizar, ya sea de una forma conjunta o independiente, mediante un número de índices que dependen fundamentalmente de variables meteorológicas (precipitación y temperatura superficial), hidrológicas (humedad del suelo) y de condición de la vegetación (NDVI y evapotranspiración). La presente propuesta metodológica considera información de cada una de estas variables, además de una estimación conjunta de precipitación y evapotranspiración. Con lo anterior, el seguimiento de la persistencia de la sequía se puede realizar con cinco índices fundamentales, dándoles una ponderación diferente en función de la importancia espacio-temporal. Estos índices son estandarizados de tal manera que sea fácil su combinación, derivando de ello un índice de persistencia de la sequía (IPS) a través de una integración algebraica ponderada. Se determinó el valor de la ponderación de cada índice en función de la importancia obtenida mediante un análisis de componentes principales. Así, se obtiene un solo mapa para cada período de tiempo considerado que va desde un mes hasta cuatro años (48 meses). El análisis comparativo con el actual Monitor de Sequías de México (MSM) elaborado por el Servicio Meteorológico Nacional (SMN) indica que el IPS por lo regular se aproxima en una categoría la intensidad de sequía aunque es complejo determinar la precisión del MSM debido a que su metodología contiene apreciaciones no cuantitativas. Los resultados del IPS demuestran su utilidad para los sectores hídrico y agrícola pero, por su flexibilidad, esta metodología se puede adaptar a otros sectores y, debido a su versatilidad, a estudios y proyección de escenarios de cambio climático.

Palabras clave: sequía, índice ponderado de sequía, precipitación, humedad del suelo, componentes principales, persistencia de la sequía.

Abstract

An objective methodology for the detection and monitoring of droughts at a regional scale is presented. It is also shown how the drought

monitoring can be detected and followed through the independent and joint index combination of the main hydrological (soil moisture), meteorological (precipitation and surface temperature), and vegetation (NDVI and evapotranspiration) indicators. The present methodology considers the information of each one of these variables, and additionally a joint estimation for precipitation and evapotranspiration is considered. Under this principle, it is proposed that the monitoring of droughts can be conducted through five indexes mainly, giving a different weight to each one depending of their spatio-temporal relevance. These indexes are standardized for an easy and practical combination following a weighted algebraic combination, derived from that an Index of Drought Persistence (IPS by its initials in Spanish) is obtained. The value of each one of the weights was determined in function of the relevance obtained through the principal components analysis; thus, it is obtained a single map, named persistence map, for each period considered ranging from one to 48 months. A comparative analysis with the actual and official Mexican Drought Monitor (MSM by its initials in Spanish) shows that the IPS is systematic, though it is complex to precisely determining how much due to the subjectivity that MSM is elaborated. Results from the IPS may be used as primary input for the water and agriculture sectors, but due to its nature and versatility, it is also possible to adapt the methodology to other users or sectors, including for climate change scenarios studies.

Key words: Drought, Drought Weighted Index, precipitation, soil moisture, principal components, drought persistence.

Recibido: 09/10/2017

Aceptado: 26/06/2018

Introducción

La sequía es un fenómeno natural recurrente, con implicaciones socio-ambientales, que forma parte de la variabilidad climática; con intensidad, extensión espacial y temporal variable y que ocurre en prácticamente todos los regímenes climáticos. De acuerdo con Wilhite & Glantz (1987), el término "sequía" tiene más de 150 definiciones distribuidas en cuatro categorías: meteorológica, agrícola, hidrológica y socioeconómica, en función del sector que se ve afectado y de su temporalidad, magnitud e impacto.

La presencia de las sequías en México es recurrente e irregularmente espaciada, como producto del entorno climático modulado por el forzamiento de patrones atmosféricos de tipo hemisférico como son: el Niño Oscilación del Sur (ENSO, por sus siglas en inglés), la Oscilación Decadal del Pacífico (PDO, por sus siglas en inglés), la Oscilación Multidecadal del Atlántico (AMO, por sus siglas en inglés), entre otros (Florescano, 2000; Stahle *et al.*, 2016).

El primer registro de sequía en México se remonta al año 1400 "año uno conejo" (Stahle *et al.*, 2016) de acuerdo a resultados cuantitativos observados en diversos cortes transversales, anillos, de árboles que manifiestan grandes estragos y una hambruna extendida que provocó muerte y numerosas migraciones (Castorena, Sánchez, Florescano, Padillo & Rodríguez, 1980)

Otras fuentes de información obtenidas de códices y transmisión oral, describen que en el Valle de México ocurrieron sequías durante los años 1004, 1064, 1286 y 1328, aunque es muy probable que un número mayor de sequías se hayan presentado en otras regiones del país pero desafortunadamente no existe información alguna al respecto; Florescano (2000) menciona que las sequías han estado presentes en el país desde épocas tan tempranas como 1500 A.C.

Las evidencias sugieren que la frecuencia, duración e intensidad de sequías se han incrementado en, especialmente, los trópicos y subtropicos a partir de la última mitad del siglo XX en respuesta al cambio climático global (Zhang *et al.*, 2007; Lynch, Nicholls, Alexander, & Griggs 2008; IPCC, 2012). En 2009, por ejemplo, se experimentó la que se considera la segunda peor sequía en sesenta años en México después de la ocurrida en 2011 que cubrió aproximadamente un 80% del territorio nacional (Figura 1), lo que ocasionó pérdidas por 7 751 millones de pesos (aproximadamente 700 USD millones a precios de 2011) (Cenapred, 2012) en los sectores agrícola y ganadero, afectados principalmente por la escasez de agua (Méndez, 2013).

Los impactos causados por la sequía representan un enorme riesgo para la sociedad (Jenkins & Warren, 2015), mismo que se magnifica con la posibilidad de un incremento en su frecuencia, severidad y/o duración bajo condiciones de cambio climático. Por ello, es urgente entender la situaciones actual y futura de las sequías (Wang, Rogers & Munroe, 2015) y prever los significativos impactos en la disponibilidad de agua aún ante pequeñas alteraciones en el promedio climático (Bouma, Pearman. & Manning, 1996).

Monitor de Sequía de América del Norte

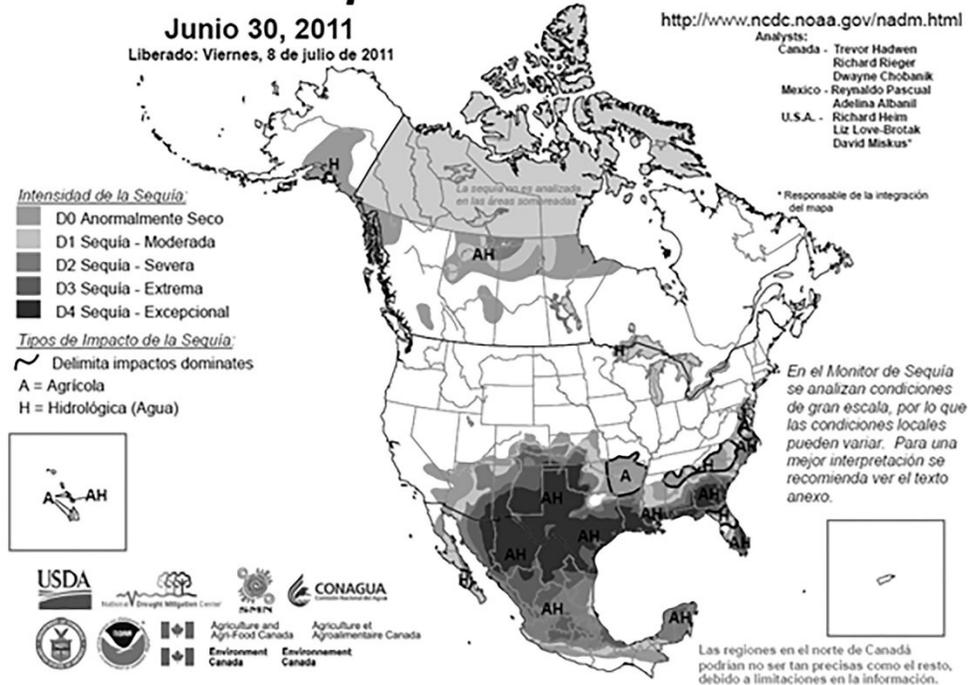


Figura 1. Disponible en:

[http://smn.cna.gob.mx/es/climatologia/monitor-de-sequia/monitor-de-sequia-de-america-del-norte.](http://smn.cna.gob.mx/es/climatologia/monitor-de-sequia/monitor-de-sequia-de-america-del-norte)

Como parte de los esfuerzos para entender, diagnosticar y monitorear sistemática y objetivamente la sequía se han desarrollado una serie de índices entendidos como una medida cuantitativa derivada de una o diversas variables (indicadores) meteorológicas, hidrológicas u otras, que simplifican las relaciones complejas entre algunos parámetros

climáticos, hidrológicos, humedad del suelo, condición de la vegetación y otros combinados mediante diversas técnicas (Tsakiris *et al.*, 2007) que facilitan comunicar la información acerca de las anomalías climáticas a todo tipo de audiencia, y además permiten a los científicos evaluar de manera cuantitativa las anomalías del clima en términos de su intensidad, duración, frecuencia y extensión espacial (Méndez, 2013).

Existe un número de índices actualmente aceptados y descritos por la Organización Meteorológica Mundial y el Global Water Partnership (WMO & GWP, por sus siglas en inglés) (2016) donde se encuentran agrupados por el tipo de indicador: meteorológico (23), hidrológico (4), humedad del suelo (8), vegetación (10), combinados o modelados (5).

Básicamente hay dos categorías de índices de sequía (Wang, Rogers & Munroe, 2015). La primera contiene índices multiescalares basados en caracterizar la humedad y sequedad por probabilidad estadística, por ejemplo, el índice estandarizado de sequía (SPI; Mc McKee, Doeskin & Kleist, 1993), el índice estandarizado de precipitación y evapotranspiración, SPEI, (Vicente-Serrano, Beguería.& López-Moreno, 2010), el índice estandarizado de humedad del suelo (SSI; Hao & AghaKouchak, 2013; Mo y Lettenmaier, 2014), o el índice estandarizado de escurrimiento (SRI; Shukla y Wood, 2008; Mo & Lettenmaier, 2014). La segunda categoría incluye los índices de sequía generados con modelos de caja ("*bucket*" de una o más capas, por ejemplo el índice de severidad de sequía de Palmer (PDSI; Palmer, 1965), el índice de anomalía de humedad de Palmer (índice Z; Palmer, 1965) o el índice autocalibrado de severidad de sequía de Palmer (sc-PDSI); (Wells, N., Goddard & Hayes, 2004).

Algunos otros índices, por ejemplo los derivados de sensores remotos (Zargar, Sadiq, Naser & Khan, 2011; Choi, Jacobs, Anderson & Bosch, 2013), han demostrado buen desempeño en varios países, por ejemplo el *normalized difference vegetation index* (NDVI, por sus siglas en inglés) que proporciona buenas correlaciones, excepto bajo condiciones de balance energético limitado durante el crecimiento de la vegetación en la estación fría y a altas latitudes (Anderson *et al.*, 2013).

No obstante, recurrentemente los estudios de sequía se enfocan en cambios de una o dos de sus características, tal como la frecuencia o duración (Weiß, Flörke, Menzel, & Alcamo); Lehner, Döll, Alcamo, Henrichs & Kaspar, 2006; Burke, Brown & Christidis, 2006; Hirabayashi, Kanae, Emori, Oki & Kimoto, 2008; Blenkinsop & Fowler, 2007) mientras que se omiten otras características que en paralelo podrían contribuir a

una evaluación global robusta de las tendencias de las sequías y ser útiles para evaluar las consecuencias económicas y sociales. Por ejemplo Steila (1987) señala que diversos estudios han mostrado que la situación de humedad en una región está constituida por más que sólo la precipitación recibida, en tanto que McEvoy, Huntington, Abatzoglou & Edwards (2012) demostraron que la inclusión de un término adicional (temperatura) de demanda de agua, a través del SPEI, puede mejorar la información para representar la variabilidad de la sequía hidrológica en regiones áridas. De esta forma, y debido a que aspectos multifactoriales inciden en la sequía, no es recomendable utilizar un solo índice para monitorear todos sus atributos (Keyantash & Dracup, 2002).

Visto lo anterior dentro de un modelo conceptual de balance hídrico, es cierto que la presión atmosférica (convergencia y divergencia de flujo) y la temperatura condicionan la disponibilidad en la humedad del suelo; esto es, que no solo la precipitación es un factor determinante para medir la magnitud de las sequías, es la interacción océano-atmósfera-suelo-vegetación y por último la intervención humana que cierra el ciclo del agua y por ende el balance del mismo.

Considerando entonces a la precipitación, temperatura, humedad del suelo, condición de vegetación (NDVI y evapotranspiración) como indicadores base para el monitoreo más preciso de las sequías se propone utilizar la información de cada uno de estos a manera de índices estandarizados.

Una componente importante en la presente investigación es la de ponderar objetivamente, mediante la aplicación y análisis de componentes principales, índices convencionales de sequía ya establecidos, como el SPI, SPEI, aunado a índices de sensores remotos como el NDVI e índices complementarios de temperatura y humedad del suelo, para monitorear la persistencia de la sequía en México en plazos de tiempo que van de 1, a 3, 6, 9, 12, 24 y 48 meses.

El índice de persistencia de sequía (IPS) propuesto permite dar seguimiento a la sequía del tipo meteorológico, agrícola e hidrológica, al diagnosticar el fenómeno en diferentes escalas temporales. Así, las autoridades del agua y de la agricultura, como la comunidad científica y usuarios en general pueden contar con una herramienta complementaria para monitorear la sequía.

Datos y métodos

Área de estudio

La República Mexicana, situada en el Continente Americano en el hemisferio norte, entre los océanos Atlántico y Pacífico (INEGI, 2014), tiene un clima variado (Figura 2.a) al encontrarse en la transición entre los climas secos subtropicales y tropicales; es de tipo seco en la región del norte del país y del altiplano hacia el centro, pero aquí se vuelve mucho más frío debido a la altitud. Es templado del centro hacia las costas para pasar a climas tropicales hacia el sur y es cálido húmedo y sub-húmedo desde la zona de las costas del golfo de México y del océano Pacífico hasta la frontera sur y la península de Yucatán. El régimen de precipitación es monzónico con lluvias predominantemente en el verano. En tanto que la distribución de la precipitación media anual (Figura 2.b) es máxima en el sur del país, con valores superiores a los 2 000 mm, y en la parte noroeste y centro al norte del país la precipitación puede incluso ser menor a los 400 mm.

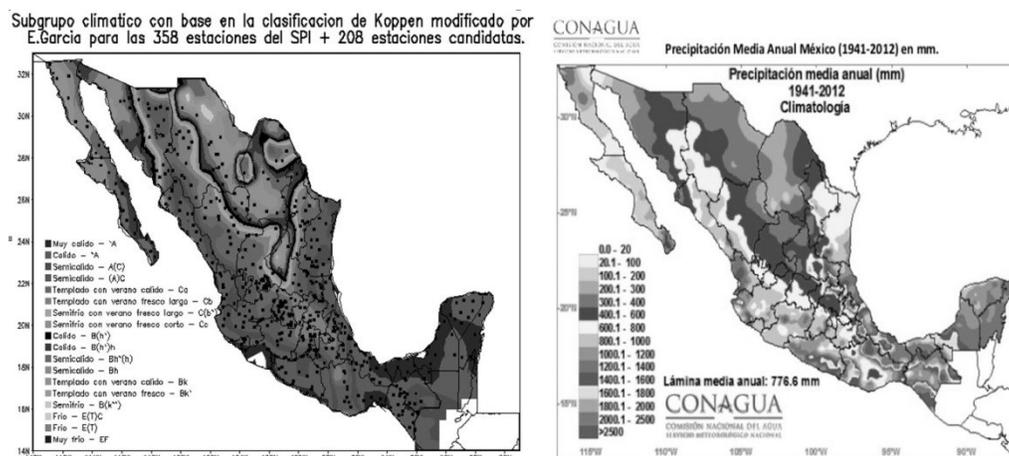


Figura 2. a) Clima de acuerdo con la clasificación de Köppen modificada por García (1964). Fuente: IMTA; b) Precipitación media anual, fuente: SMN.

Bases de datos y metodología

Para calcular un índice de persistencia de la sequía (IPS), se consideró incluir a las variables de precipitación, temperatura, humedad del suelo y un índice obtenido por teledetección, el NDVI, con base en la importancia de su señal en relación con la sequía y la recurrencia en su uso en investigaciones sobre índices de sequía.

En la selección de las bases de datos de los parámetros se consideraron los criterios: 1) que los datos sean agregados mensualmente, 2) la resolución espacial de los datos sea de 0.5° o más fina, 3) la extensión temporal de los datos sea mayor o igual a 15 años, 4) la temporalidad y disponibilidad de los datos sea por lo menos con un mes de desfase con respecto a la fecha actual más reciente para la que se calcule el IPS. El detalle de la disponibilidad de la base de datos se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1. Fuentes y características de las bases de datos.

Parámetro	Periodo	Resolución		Fuente	Forma to
		Espacial	Temporal		
Precipitación	1961-actual	Puntual	Diaria	SMN/CLICOM	ASCII
Temperatura	1961-actual	Puntual	Diaria	SMN/CLICOM	ASCII
NDVI	2002-actual	0.05°	Mensual	<i>Land Processes Distributed Active Archive Center (LP DAAC)</i> https://lpdaac.usgs.gov/datas	HDF-EOS

				et_discovery/modis/modis_products_table/mod13c2_v006	
Humedad del suelo	1961-actual	0.5°	Mensual	NIDIS/Climate Prediction Center (CPC)	NetCDF

Los datos del NDVI se promediaron aritméticamente en celdas de 0.5° de resolución, con la misma ubicación geográfica que el resto de las bases de datos. Se consideraron 354 puntos de estaciones climáticas distribuidas en todo el territorio nacional, para el caso de la temperatura, la cual se interpoló a una malla de 0.5° de resolución con el método de Cressman (1959) contenido en el Grid Analysis and Display System (GrADS).

Las bases de datos referidas se analizaron bajo un enfoque probabilístico para obtener índices por parámetro a través del ajuste de funciones de distribución de probabilidad (FDP) a las series de cada uno de los 12 meses del año. Las FDP se ajustaron al acumulado mensual de la precipitación, humedad del suelo o precipitación-evapotranspiración y para la temperatura y NDVI se ajustaron al valor promedio mensual, en los lapsos de análisis de 1, 3, 6, 9, 12, 24 y 48 meses.

La probabilidad de las FDP se transforma en un índice adimensional normal estandarizado, con media cero ($\mu = 0$) y desviación estándar unitaria ($\sigma = 1$); valores positivos corresponden a condiciones húmedas y negativos a secas, con el fin de que sean comparables y se realicen ponderaciones y combinaciones objetivas con los mismos.

Precipitación

Se utilizó el SPI multi-temporal basado en la precipitación (McKee, Doeskin & Kleist, 1993). A la serie de precipitación se le ajusta la FDP Gamma de dos parámetros.

$$G(x) = \frac{1}{\beta^\alpha \Gamma(\alpha)} \cdot x^{\alpha-1} \cdot e^{-x/\beta} \text{ para } x > 0 \quad (1)$$

Donde $\alpha > 0$, parámetro de forma; $\beta > 0$, parámetro de escala; $x > 0$, precipitación de un cierto lapso (ej., 1, 3, 6, 9, 12, 24 y 48 meses); $\Gamma(\alpha)$, función matemática factorial o función Gamma (originalmente conocida como Pearson tipo III). La Figura 3 muestra un mapa donde representa espacialmente al SPI a una escala de 1 mes.

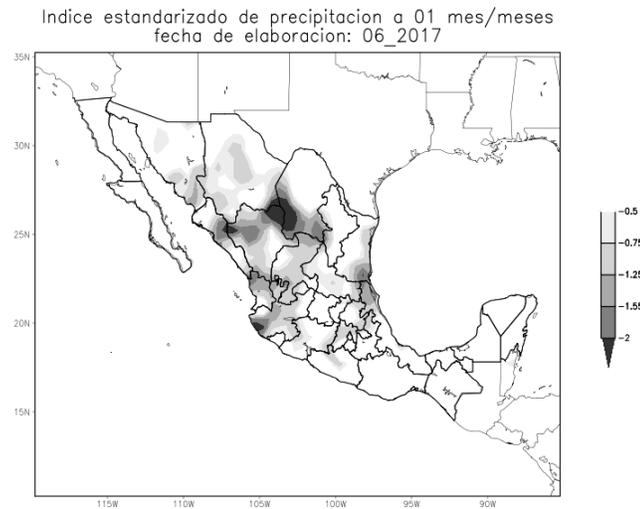


Figura 3. Índice Estandarizado de Precipitación para el mes de junio de 2017 a una escala de un mes.

Temperatura

Se ajustó en un análisis probabilístico la FDP Normal, con base en los resultados de la prueba de bondad de Kolmogórov-Smirnov y de la Chi-

cuadrada con respecto a otras FDP como Log-Normal, Weibull, Generalizada de Valores Extremos y Gaussian Mixture. La función Normal se define como

$$f(x) = \frac{e^{-(x-\mu)^2/2\sigma^2}}{\sigma\sqrt{2\pi}} \dots \dots \dots -\infty < x < \infty \quad (2)$$

Con dos parámetros de distribución: μ el valor medio y σ es la desviación estándar ($\sigma > 0$), así como una constante matemática π con valor de 3.14159... La Figura 4 muestra un mapa donde representa espacialmente al Índice Estandarizado de Temperatura a una escala de 1 mes.



Figura 4. Índice Estandarizado de Temperatura para el mes de junio de 2017 a una escala de un mes.

Humedad del suelo y NDVI

Se ajustó en un análisis probabilístico la FDP Log-Normal, con base en los resultados de la prueba de bondad de Kolmogórov-Smirnov y de la

Chi-cuadrada con respecto a otras FDP como Normal, Generalizada de Valores Extremos y Weibull. Esta distribución se encuentra frecuentemente referenciada en investigaciones sobre el medio ambiente (Castañeda, Gil, Jacky & Pérez, 2002). La distribución Log-Normal tiende a la FDP

$$f(x) = \frac{1}{x\sigma_y\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\ln(x)-\mu_y)^2}{2\sigma_y^2}}, \dots x > 0, -\infty < x < \infty, y \sigma > 0 \quad (3)$$

donde μ_y y σ_y son la media y la desviación estándar, respectivamente, de la transformada de la variable $Y = Ln(x)$, siendo μ_y el parámetro de locación y σ_y el parámetro de escala (Figura 5).

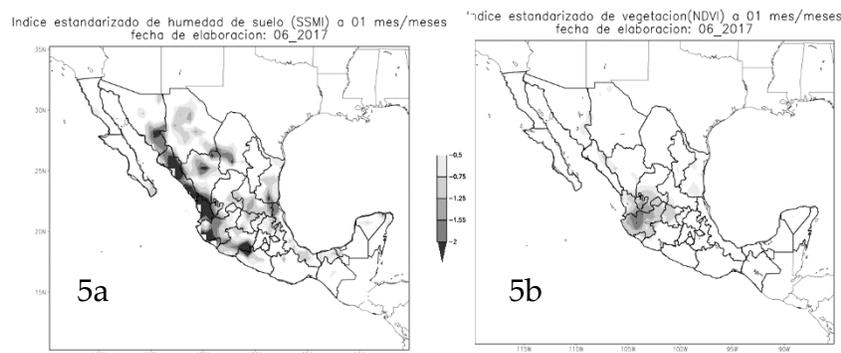


Figura 5. a) Índice Estandarizado de humedad del suelo (SSMI) y b) SNDVI para el mes de junio de 2017 a una escala de 1 mes.

Precipitación-evapotranspiración

Se implementó el índice de precipitación-evapotranspiración, SPEI, (Vicente-Serrano, Beguería.& López-Moreno, 2010), aplicando el mismo algoritmo y programa propuestos por los autores el cual a partir de los datos de precipitación, temperatura y latitud del lugar obtiene un

balance hídrico entre precipitación y evapotranspiración potencial (ETP) mensual, calculada con la fórmula de Thornthwaite (1948).

$$ETP = 16K \left(\frac{10 T_i}{I} \right)^m \quad (4)$$

Donde K es un coeficiente de corrección, T_i es la temperatura media mensual, m , I son parámetros calculados durante la aplicación de la fórmula.

La serie del balance hídrico se ajusta con la FDP de tres parámetros de la distribución Log-Logística

$$f(x) = \frac{\beta}{\alpha} \left(\frac{x-\gamma}{\alpha} \right)^{\beta-1} \left[1 + \left(\frac{x-\gamma}{\alpha} \right) \right]^{-2} \quad (5)$$

donde α , β y γ son los parámetros de escala, forma y origen. La Figura 6 muestra un mapa del SPEI a una escala de 1 mes con datos hasta el mes de junio de 2017.

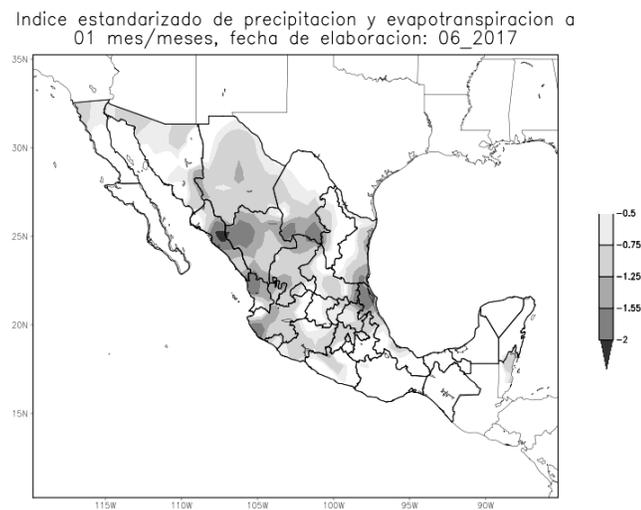


Figura 6. Índice Estandarizado de Precipitación y Evapotranspiración.

Estandarización de los índices

La probabilidad acumulada de las FDP, que definen los índices, se estandariza con base en el procedimiento definido para el SPI. De acuerdo con Edwards & McKee (1997) se emplea una aproximación numérica racional, expuesta en Zelen & Severo (1965), para convertir la probabilidad acumulada $H(x)$ en la variable normal estandarizada Z , con $\mu = 0$ y $\sigma = 1$.

$$Z = \text{índice} = - \left(t - \frac{b_0 + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2}{1 + c_1 \cdot t + c_2 \cdot t^2 + c_3 \cdot t^3} \right) \text{ para } 0 < H(x) < 0.50 \quad (6)$$

$$Z = \text{índice} = + \left(t - \frac{b_0 + b_1 \cdot t + b_2 \cdot t^2}{1 + c_1 \cdot t + c_2 \cdot t^2 + c_3 \cdot t^3} \right) \text{ para } 0.50 \leq H(x) < 1 \quad (7)$$

donde

$$t = \sqrt{\ln \left[\frac{1}{(H(x))^2} \right]} \text{ para } 0 < H(x) < 0.50 \quad (8)$$

$$t = \sqrt{\ln \left[\frac{1}{(1-H(x))^2} \right]} \text{ para } 0.50 \leq H(x) < 1 \quad (9)$$

$$b_0 = 2.515517 \rightarrow b_1 = 0.802853 \rightarrow b_2 = 0.010328 \rightarrow c_1 = 1.432788 \rightarrow c_2 = 0.189269 \rightarrow c_3 = 0.001308$$

Asignación de pesos

Se asignaron pesos iniciales a cada índice al evaluar los resultados del análisis de componentes principales (CP) aplicado a las series de cada uno de los índices, este análisis identifica componentes (factores) que sucesivamente explican la mayor parte de la varianza total de un fenómeno con combinaciones lineales de las variables originales.

En términos generales, al inspeccionar el análisis de las CP de la varianza total explicada, la mayoría de los lapsos presentaron un comportamiento similar, por lo que se tomó como un caso representativo el intervalo de seis meses del periodo 2002 a 2013, para contar con un periodo común de análisis de los índices y omitir del análisis datos posteriores al 2013 que presentaron baja densidad de información para la variable de temperatura.

El orden recurrente de los índices (de temperatura: STI, humedad del suelo: SSMI, precipitación-evapotranspiración: SPEI, precipitación: SPI y vegetación: SNDVI) que explican la mayor proporción de varianza es la componente uno con un valor de 52.4499% y con la componente dos de 22.5336% respectivamente, estos valores propios pueden visualizarse mediante una gráfica simple orientada a evaluar la importancia relativa de cada uno de los componentes principales extraídos. Cattell (1966) propuso que este diagrama puede ser utilizado para determinar gráficamente el número óptimo de factores a retener. Se generaron cuatro componentes (Figura 7) y los valores propios de la componente uno indican que hay una correlación en índices originales próximos a 0.5 en los índices SPI, SSMI, SPEI y SNDVI y una correlación próxima a cero (valor negativo) con el índice STI, así con la componente uno se realizó una combinación lineal. Obsérvese en la figura 7 que el primer valor propio captura el 52.4499% de la variabilidad de los datos. Sin embargo, esta tendencia disminuye a medida que se agregan otras tres componentes al modelo, es decir el descenso se estabiliza al considerar las cuatro componentes principales.

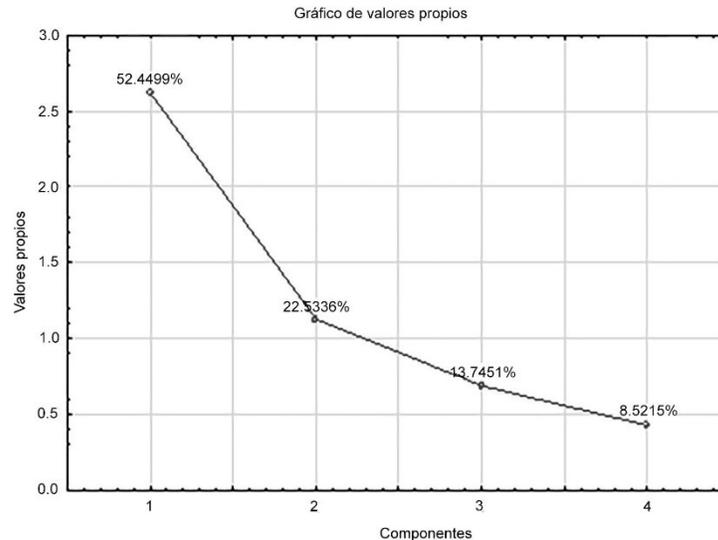


Figura 7. Ejemplo de resultados de las componentes principales, para un lapso de 6 meses.

En este caso se decidió retener los dos primeros componentes ya que explican un 74.9835% de la varianza. Jolliffe (2002) sugiere que a menudo puede ser un rango razonable si oscila entre el 70% y el 90% y permiten una representación gráfica en dos dimensiones y donde además hay un cambio de pendiente en el gráfico (Wilks, 2006). En la Figura 8 se representa la variabilidad de las observaciones o marcas en los ejes formados por las dos primeras componentes principales, es decir se visualiza la representación gráfica de la matriz de componentes analizados. La nube de puntos-individuos está centrada en el origen. No ocurre lo mismo con la nube de variables en la figura 7. Los puntos-índices (SPEI, SPI, SNDVI e SSMI) pueden, como en este caso, estar situados todos en el mismo lado, excepto el índice de temperatura (STI). Esto se debe a que las características están correlacionadas positivamente. Se observa que las coordenadas de los puntos-índices son inferiores en valor absoluto a 1. Ello obedece a que los índices han sido tipificados, con lo cual su distancia al origen es la unidad, y al proyectarlas sobre los ejes se puede producir una contracción y acercarse al origen, pero nunca un alejamiento.

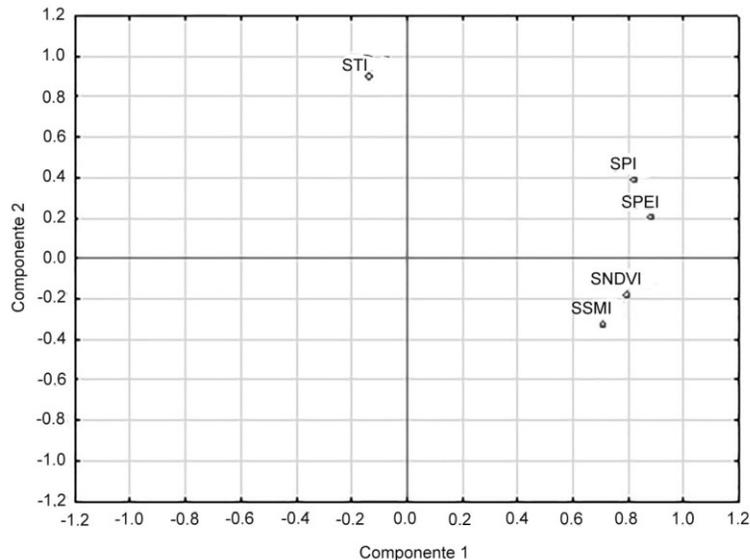


Figura 8. Ejemplo de resultados de las componentes principales, del periodo 2002-2013.

Con lo anterior se forman dos grupos opuestos al índice de STI: Grupo 1. SPEI, SPI, SNDVI y SSMI. Se relaciona de cierta manera con el estrés hídrico y Grupo 2. STI.

En una primera instancia se asignó mayor peso a los índices que explican la mayor cantidad de la varianza total, identificados en las CP. Los pesos se ajustaron en forma semi-iterativa, después de una revisión cualitativa de los mapas de sequía del IPS en cada iteración con respecto a mapas del monitor de sequía del SMN, considerados como referencia al ser los únicos de carácter oficial en el país. Se compararon los mapas mensuales del año 2008 (con baja señal de sequía) y 2011 (con alta señal de sequía) con base en el criterio del menor número de píxeles sin coincidencias con dato de sequía entre los mapas del IPS con los del SMN.

A partir de los análisis se encuentra que la variable que tiene mayor influencia en los resultados de sequía es la humedad del suelo. El IPS finalmente propuesto con sus pesos asignados a cada índice para calcular la sequía mediante una combinación lineal es:

$$IPS = [0.100 * SPI + 0.485 * SSMI + 0.130 * SNDVI + 0.180 * STI + 0.105 * SPEI] \quad (10)$$

La clasificación de la sequía del IPS (Tabla 2) retoma las categorías que se aplican en el Monitor de sequía de Estados Unidos de América (USDM; Svoboda *et al.*, 2002), extensivas al Monitor de Sequía de México por parte del SMN (Lobato-Sánchez, 2016).

Tabla 2. Clasificación de sequía utilizada en el USDM. Svoboda *et al.*, 2002.

Categoría	Descripción
D0	Anómalamente seco
D1	Sequía moderada
D2	Sequía severa
D3	Sequía extrema
D4	Sequía excepcional

Los resultados del IPS se evaluaron con respecto a los del MSM mediante la aplicación de métricas convencionales, tales como: la media, raíz del error cuadrático medio (RMSE, por sus siglas en inglés) y la correlación de Pearson (Wilks, 2006).

Resultados

Se analizó la habilidad del IPS para representar la sequía al comparar los resultados con la calculada por el SMN, fuente oficial en el país para la generación de información climática a través del Monitor de Sequía de México (MSM). Las categorías de sequía de ambas fuentes son comparables. Se consideraron como casos de estudio el año 2008 con

baja señal de sequía y el 2011 con la sequía de alto impacto registrada en México (Figura 1 y 9) que provocó graves daños económicos.

Cualitativamente, el IPS indica mayor detalle espacial de la sequía mientras el MSM indica polígonos continuos y de mayor extensión de la misma. La sequía del MSM, con categoría 3 y 4, es subestimada en el IPS en el centro-oeste, en el extremo noreste y en el extremo norte del país en junio de 2008. El IPS captura parcialmente el patrón de la sequía del MSM, de categoría 3 y 4, en el centro del país en junio de 2011, no obstante subestima la sequía en las zonas de la porción norte y en la Península de Yucatán y sobreestima en la Península de Baja California.

La fortaleza del IPS se debe a que es una metodología objetiva y medible. La diferencia en resultados comparados con el MSM es sistemática a pesar de las metodologías de elaboración de cada una de ellas. Ésta situación se podría ajustar mejor con la calibración, como parte de trabajos por desarrollar, con respecto a reportes de sequía y sus impactos en campo. Un complemento para fines de validación es la propuesta de desarrollo de un reporte de impactos a nivel nacional, donde usuarios pueden retroalimentar el IPS para una mejor precisión de la condición del fenómeno.

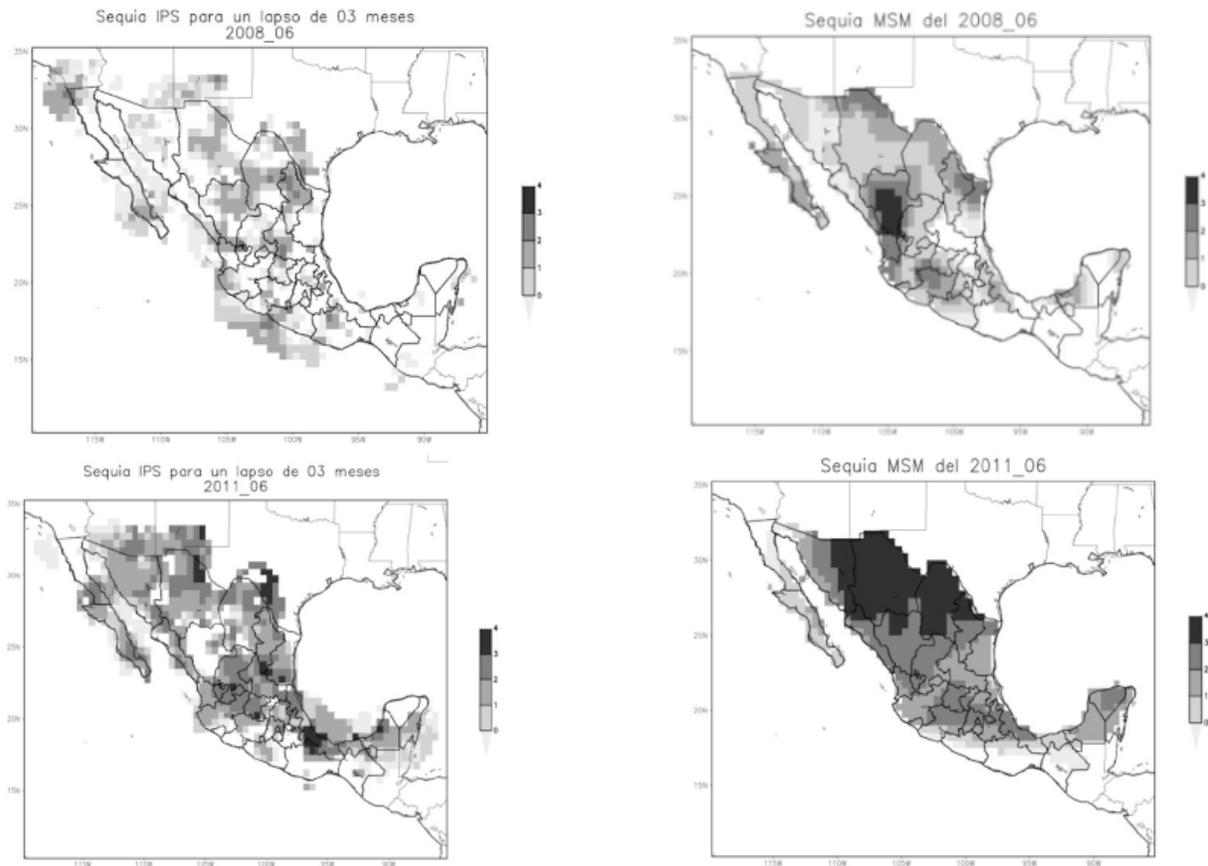


Figura 9. Representación espacial de la sequía para un lapso de 3 meses, obtenida con el IPS (IMTA) y el MSM (SMN).

Para el análisis objetivo de los resultados, se consideró aplicar métricas convencionales (media, desviación estándar, error cuadrático medio, correlación) a la sequía calculada con el IPS y el MSM, pero dado que la serie de datos de sequía del MSM es corta; a partir del año 2007, se encontró que los resultados (no presentados) no fueron estadísticamente significantes.

La métrica con resultados robustos son los terciles, calculados como

$$Tercil = IPS - MSM$$

La diferencia de rangos/categorías de sequía se obtuvo para las celdas en las que el IPS indica presencia de sequía. Los terciles se clasifican

en: Tercil inferior considera diferencias menores a -1; Tercil neutro es para diferencias entre -1 y 1; y Tercil superior es para diferencias mayores a 1.

Se encuentra que el tercil neutro es la condición más recurrente de la diferencia entre la sequía calculada con el IPS con respecto a la del MSM (diferencia entre ambos de ± 1 categoría de intensidad de sequía) para lapsos menores a 12 meses, con valores usualmente arriba del 60% (Cuadro 3 y 4, Figura 10), sobre todo en la región centro-norte de México, seguido por la intercalación del tercil de sobreestimación y el de subestimación de la sequía.

En tanto que para lapsos mayores a 12 meses, la habilidad del IPS se degrada, con porcentajes inferiores al 60% e inclusive se presentan casos con alto porcentaje en el tercil inferior (subestimación) para los meses con mayor intensidad de sequía durante 2011. En términos generales, la tendencia del IPS en la mayor parte del país es a la subestimación de la sequía reportada por el MSM, mientras que en la Península de Baja California recurrentemente el IPS sobreestima la sequía.

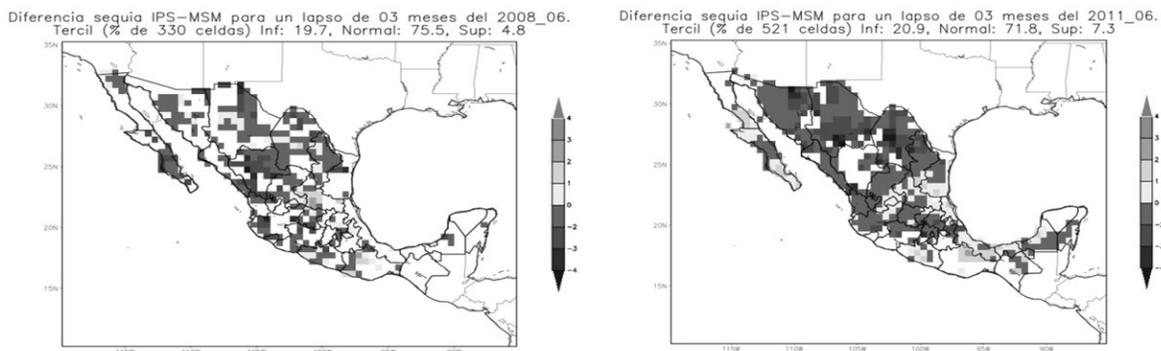


Figura 10. Terciles de la diferencia de la sequía calculada con el IPS con respecto a la del MSM, para el mes de junio de los años 2008 y 2011.

Tabla 3. Resultados del tercil neutro (en %) para los meses del año 2008 en cada uno de los lapsos de tiempo de la sequía.

Lapso/mes	1	3	6	9	12	24	48
1	81.4	82.7	86.6	69.5	73.7	60.8	73.2
2	74.2	78.5	83.3	71.3	82.4	75.6	70.3

3	84.7	84.0	83.3	76.9	75.6	71.9	75.5
4	84.1	83.6	82.4	75.3	78.4	75.3	76.0
5	80.7	82.9	79.4	78.5	76.6	71.3	73.2
6	76.3	75.5	76.9	72.9	70.2	70.9	69.5
7	79.8	80.2	80.6	83.8	77.3	74.6	75.3
8	84.2	84.8	80.1	82.9	80.0	71.8	72.4
9	97.9	91.5	84.2	84.1	84.3	75.5	69.5
10	95.1	89.4	84.1	81.1	80.9	74.2	67.9
11	81.9	88.3	88.2	82.2	85.4	73.9	69.2
12	84.3	89.1	85.9	82.5	76.9	73.8	68.8

Tabla 4. Similar al cuadro anterior, corresponde al año 2011.

Lapso/mes	1	3	6	9	12	24	48
1	61.8	60.9	72.8	77.2	87.9	74.7	80.7
2	60.4	61.0	69.0	71.2	81.7	75.6	80.3
3	72.8	60.7	55.6	63.9	69.9	66.3	65.9
4	75.7	74.5	65.8	48.7	53.5	57.2	58.0
5	80.9	81.4	74.5	60.3	48.0*	50.8	56.5
6	77.2	71.8	65.7	59.2	51.5*	54.1*	52*
7	78.3	83.4	74.6	67.7	54.2	53.8	55.8
8	76.9	80.2	78.2	73.9	65.6	58.7	61.1
9	76.8	75.1	71.6	66.9	64.4	62.9	57.7
10	78.9	81.2	82.3	80.7	73.4	57.0	49.2
11	85.4	80.6	80.7	77.4	71.2	58.8	48.8
12	84.0	81.8	79.6	76.8	73.1	59.1	52.4

* corresponde al tercil inferior.

El Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA) actualiza mensualmente el IPS, generando así una muestra estadística más representativa de mapas de la persistencia de sequía en el país. A

continuación se discuten resultados cualitativos al comparar los mapas del IPS con la del MSM.

El IPS responde de manera natural a la distribución espacial y temporal de las observaciones o información climática e hidrológica con las que se elaboran sus índices por separado. En principio está diseñado para que exista poca o nula intervención humana, salvo para proporcionar la información correspondiente en cada ciclo de cálculo y para la interpretación de los resultados. Todo el sistema depende de la metodología de cálculo, así como de la información disponible. Cada uno de los índices para elaborar el IPS tienen un efecto preponderante diferente, la precipitación se refleja en la escala meteorológica, pero la humedad del suelo considera un proceso temporal más largo, esta es una razón por la que se define como un proceso con mayor "memoria", en nuestro caso y derivado del estudio realizado es la humedad del suelo la que tiene una importancia mayor al resto de índices considerados. Resulta complejo comparar el patrón espacio-temporal en virtud de que en un solo mapa el MSM trata de reflejar las condiciones de sequía y sus impactos dentro de los rangos de corto, mediano y largo plazos; por otra parte, el IPS propone representar la evolución del fenómeno para diferentes rangos temporales dentro de la misma escala espacio-temporal.

El IPS muestra que es una herramienta eficaz para describir los patrones de sequía bajo diferentes rangos de tiempo y espacio. Vale la pena señalar que los patrones no son representados de manera precisa, por la diferencia en cuanto a metodologías y porque no hay forma de determinar la metodología correcta pues no se realizan verificaciones que permitan su corrección y posterior calibración. Sin embargo es posible determinar cuáles son las regiones donde existe algún efecto derivado tanto por el déficit de precipitación como de los efectos de los demás indicadores.

Conclusiones y recomendaciones

La herramienta desarrollada del IPS es apropiada para el monitoreo de la persistencia de la sequía. Entre las fortalezas/ventajas del IPS se tienen:

- Es una metodología sólida, objetiva y replicable que prescinde de la intervención humana para su cálculo.
- Representa con mayor detalle los polígonos de la sequía en comparación con los del MSM.
- La diferencia con respecto al MSM es sistemática, lo que permite en el futuro hacer ajustes de tipo lineal.
- Es un proceso que puede ser replicable o repetible y obtener el mismo resultado, un aspecto importante dentro del método científico.

Se evaluaron, ajustaron y estandarizaron funciones de densidad de probabilidad (Gamma, Normal y Log-Normal, entre otras) para construir índices a partir de series históricas de precipitación, temperatura, humedad del suelo y condición de la vegetación, con base en buenas prácticas identificadas en índices de sequía aplicados en el ámbito nacional e internacional; construidos en forma probabilística más que determinística, por ejemplo el SPI y SPEI.

A los índices generados en el estudio se les asignó un peso para ponderarlos linealmente en un índice objetivo global; el IPS. La aproximación a los pesos se realizó, en primera instancia, con base en el análisis de parámetros estadísticos de las componentes principales, con las cuales se caracteriza el nivel de explicación de los índices a la varianza total.

La habilidad del IPS, representado en mapas de sequía, se analizó con respecto al MSM. Se aplicó la métrica de los terciles para evaluar la habilidad del IPS ya que resultados de otras métricas (media, RMSE, correlación) no fueron robustos para este fin, debido a lo corto del periodo de la serie de sequía del MSM; a partir del año 2007, en la que no se capturan episodios de sequía, e inter-sequía, que se han presentado en años anteriores.

Un aspecto relevante es que la habilidad del IPS, evaluada con respecto al MSM considerado como referencia oficial, aplica procedimientos diferentes para calcular la sequía al incluir una evaluación subjetiva para darle pesos diferenciados y variables a las capas de información en función de la experiencia del climatólogo.

Los valores del IPS son cercanos a los del MSM ya que el tercil neutro es la condición más recurrente de la diferencia entre la sequía calculada con el IPS con respecto a la del MSM (diferencia entre ambos de ± 1 categoría de intensidad de sequía), con valores mayores al 60%, sobre todo en la región centro-norte de México, seguido por la intercalación del tercil de sobreestimación y el de subestimación de la sequía.

El uso de diferentes índices de sequías y la combinación de los sensores remotos como el caso de NDVI, permitió un enfoque multifactorial ante la adversidad climática y su visualización temporal mediante ilustraciones específicas (mapas), por lo que, se propone esta nueva herramienta para actividades del monitoreo a tiempo cuasi-real de las condiciones hídricas con énfasis en las sequías, su evaluación y diagnóstico a corto y mediano plazos. La identificación oportuna de una sequía contribuirá, principalmente, a la administración del uso de las reservas del recurso hídrico. No obstante, la gravedad de los efectos adversos generados por la sequía requiere del esfuerzo conjunto de las diferentes esferas de gobierno, las universidades, los centros de investigación, asociaciones agropecuarias, dependencias de finanzas, aseguradoras, y la sociedad representada por los diversos usuarios del agua, así como de un conocimiento más profundo del comportamiento de este fenómeno.

Con base en los hallazgos realizados, se recomienda que en próximas investigaciones se fortalezca el IPS al considerar:

- i. Calibración del IPS con base en informes de sequía en campo.
- ii. Analizar los mapas de cada índice, así como del IPS en relación a eventos La Niña, El Niño y Neutro para su futuro análisis dado que la sequía podría ser influenciada por patrones de circulación de gran escala que son forzados por variaciones de baja frecuencia de la temperatura de superficie del mar en los océanos Pacífico y Atlántico.
- iii. Incorporar variables adicionales relacionadas con teleconexiones, por ejemplo la temperatura de la superficie del mar en el océano Pacífico y la cubierta de hielo en latitudes del norte.
- iv. Apoyarse para interpretar los resultados del IPS con cartas de vientos de superficie y/o altura, esto ayudará a identificar sequedad del aire que se refleja en un déficit de vapor de agua y/o en las alteraciones en la circulación de los vientos.

Asimismo, se identifica de manera relevante que a la par mejorar los sistemas de monitoreo/seguimiento de la sequía, se transite hacia la perspectiva de una sequía, en el corto y mediano plazos, y la determinación de la misma, en el largo plazo, bajo escenarios de cambio climático para México. En este sentido, se recomienda retomar y materializar recomendaciones realizadas por organismos internacionales, por ejemplo la NIDIS (2007) que remarca la necesidad de desarrollar una nueva aproximación objetiva para predecir la sequía que permita a los usuarios una verificación robusta, transparente y flexible que genere información probabilística relacionada con diferentes escalas de tiempo (mensual, estacional, entre otras) para atender necesidades específicas que den certeza a la toma de decisiones.

Por último, un sistema de alerta temprana ante la sequía que contemple al análisis metodológico de los posibles impactos bajo escenarios realistas puede ayudar en gran medida a las instituciones oficiales, iniciativa privada y usuarios a actuar antes de la ocurrencia y por ende reducir los riesgos asociados.

Referencias

- Anderson C. M., Hain, C., Otkin, J., Zhan, X., Mo, K., Svoboda, M., Wardlow, B., & Pimstein, A. (2013). An intercomparison of drought indicators based on thermal remote sensing and NLDAS-2 simulations with U.S. Drought Monitor Classifications. *Journal of Hydrometeorology*, V (14), 1035-1056. DOI: 10.1175/JHM-D-12-0140.1.
- Blenkinsop, S. & Fowler, H.J. (2007). Changes in European drought characteristics projected by the PRUDENCE regional climate models. *International Journal of Climatology*, (27), 1595–1610.
- Bouma, W. J., Pearman, G.J. & Manning, M.R. (1996). *Greenhouse: Coping with Climate Change*. Melbourne, Australia: CSIRO Publications.
- Burke E.J., Brown, S.J. & Christidis, N. (2006). Modeling the recent evolution of global drought and projections for the twenty-first century with the Hadley centre climate model. *Journal of Hydrometeorology*, (7), 1113–1125.
- Castañeda, J. A., Gil, A., Jacky, F. & Pérez, A. (2002). Tamaño de muestra requerido para estimar la media aritmética de una

- distribución lognormal. *Revista Colombiana de Estadística*, junio, 31-41.
- Castorena, G., Sánchez, M. E., Florescano, E., Padillo R. G. & Rodríguez V. L. (1980). *Análisis histórico de las sequías en México: documentación del Plan Nacional Hidráulico*. México: Secretaría de Agricultura y Recursos Hidráulicos.
- Cattell R. B. (1966). The Screen test for the number of factors. *Multivariate Behavioral Research*, 1, (2), 245-276.
- Cenapred. (2012). *Características e impacto socioeconómico de los principales desastres ocurridos en la República Mexicana en el año 2011*. (1^a ed.). Ciudad de México: Centro Nacional de Prevención de Desastres.
- Choi, M., Jacobs, J.M., Anderson, M.C. & Bosch, D.D. (2013). Evaluation of drought indices via remotely sensed data with hydrological variables. *Journal of Hydrology*, (476), 265-273.
- Cressman, G.P. (1959). An Operational Objective Analysis System. *Monthly Weather Review*, (87), 367-374.
- Edwards, D. C., & McKee, T. B. (1997). Characteristics of 20th century drought in the United States at multiple time scales. *Climatology Report*, 2 (97), Department of Atmospheric Science, Colorado State University, USA.
- Florescano, E. (2000). *Breve Historia de la Sequía* (2^a ed.). México: Consejo Nacional Para la Cultura y las Artes.
- García, E. (1964). *Modificaciones al sistema de clasificación climática de Köppen*. (3^a ed.). México: Instituto de Geografía, Universidad Nacional Autónoma de México.
- Hao, Z. & AghaKouchak, A. (2013). Multivariate Standardized Drought Index: A parametric multi-index model. *Advances in Water Resources*, (57), 12-18. DOI:10.1016/j.advwatres.2013.03.009.
- Hirabayashi Y., Kanae, S., Emori, S., Oki, T. & Kimoto, M. (2008). Global projections of changing risks of floods and droughts in a changing climate. *Journal of Hydrological Sciences* 53(4):754-772.
- INEGI. (2014). *Anuario Estadístico y Geográfico de los Estados Unidos Mexicanos 2013*. Recuperado de: http://www.inegi.org.mx/prod_serv/contenidos/espanol/bvinegi/productos/integracion/pais/aeum/2013/AEGEUM2013.pdf.

IPCC. (2012). *Managing the risks of extreme events and disasters to advance climate change adaptation. A Special Report of Working Groups I and II of the Intergovernmental Panel on Climate Change*. Cambridge, UK: Cambridge University Press.

Jenkins K. & Warren, R. (2015). Quantifying the impact of climate change on drought regimes using the Standardized Precipitation Index. *Theoretical & Applied Climatology*. (120), 41–54. DOI 10.1007/s00704-014-1143-x.

Jolliffe, I.T. (2002). *Principal Component Analysis* (2^a ed.). United States: Springer-Verlag New York, Inc.

Keyantash, J. & Dracup, J. A.. (2002). The quantification of drought: An evaluation of drought indices. *Bulletin of the American Meteorological Society*, (83), 1167–1180.

Lehner B., Döll, P., Alcamo, J., Henrichs, T. & Kaspar, F. (2006). Estimating the impact of global change on flood and drought risks in Europe: a continental, integrated analysis. *Climate Change*, (75) 273–299.

Lobato-Sánchez, R., (2016) El Monitor de Sequías de México, *Tecnología y ciencias del agua*, 7 (5), 197-212.

Lynch A., Nicholls, N., Alexander, L. & Griggs, D. (2008). Defining the impacts of climate change on extreme events. *Garnaut Climate Change Review*, 1-19

McEvoy D.J., Huntington, J.L., Abatzoglou, J.T. & Edwards, L.M. (2012). An evaluation of multiscalar drought indices in Nevada and Eastern California. *Earth Interactions*, 16. DOI: 10.1175/2012EI000447.1.

McKee, T.B., Doeskin, N.J., & Kleist, J. (1993). The relationship of drought frequency and duration to time scales. In: *Proceedings of the Eighth Conference on Applied Climatology*. United States of America: American Meteorological Society.

Méndez, M. (2013). *Diagnóstico y Pronóstico de Sequía en México*. (informe OMM / MOMET-043). México: Comisión Nacional del Agua y Organización Meteorológica Mundial.

Mo, Kingtse C., y Lettenmaier, D. P. (2014). Objective drought classification using multiple land surface models. *Journal of Hydrometeorology*. *American Meteorological Society*. V 15. 990-1010.

NIDIS. (2007). *The National Integrated Drought Information System implementation plan: A pathway for national resilience*. 29 pp. Recuperado de <http://www.drought.gov/imageserver/NIDIS/content/whatisnidis/NIDIS-IPFinal-June07>.

Palmer, W. C. (1965). Meteorological drought. *Weather Bureau. Department of Commerce*. United States of America, 58 pp.

Shukla, S., & A. Wood, W. (2008). Use of a standardized runoff index for characterizing hydrologic drought. *Geophysical Research Letters*, 35, (2) L02405, DOI: 10.1029/2007GL032487.

Stahle, D.W., Cook, E.R., Burnette, D.J., Villanueva, J., Cerano, J., Burns, J. N., Griffin, Cook, D., Acuña, B.I. R., Torbenson, M.C.A., Sjezner, P. & Howard, I.M. (2016). The Mexican Drought Atlas: Tree-ring reconstructions of the soil moisture balance during the late pre-Hispanic, colonial, and modern eras, *Quaternary Science Reviews*, 149, 34-60.

Steila, D. (1987). *Drought*. En Olivier, J. E. & Fairbridge R. W. (Eds.), *The Encyclopedia of Climatology*, New York: Van Nostrand Reinhold Company, pp. 388–395.

Svoboda, M., LeComte, D., Hayes, M., Heim, R., Gleason, K., Angel, J., Rippey, B., Tinker, R., Palecki, M., Stooksbury, D., Miskus, D., & Stephens, S. (2002). The Drought Monitor. *Bulletin of the American Meteorological Society*, 83(8):1181-1190.

Thorntwaite, C.W. (1948). An approach toward a rational classification of climate. *Geographical Review*, (38), 55-94.

Tsakiris, G., Loukas, A., Pangalou, D., Vangelis, H., Tigkas, D., Rossi, G., & Cancelliere, A. (2007). Drought characterization. Chapter 7. *Options Méditerranéennes*, (58), 85–102.

Vicente-Serrano, S.M., Beguería, S. & López-Moreno, J. I. (2010). A Multi-scalar drought index sensitive to global warming: The Standardized Precipitation Evapotranspiration Index – SPEI. *Journal of Climate*, (23) 1696-1718.

Wang H., Rogers, J. C., & D. Munroe, K. (2015). Commonly used drought indices as indicators of soil moisture in China. *Journal of Hydrometeorology. American Meteorological Society*. 16, 1397-1408. DOI: 10.1175/JHM-D-14-0076.1.

Wei, M., Flrke, M., Menzel, L. & Alcamo, J. (2007). Model-based scenarios of Mediterranean droughts. *Advanced Geosciences*. 12, 145–151.

Wells, N., Goddard, S. & Hayes, M. J. (2004). A self-calibrating Palmer drought severity index. *Climate*, 17, 2335–2351, DOI: 10.1175/1520-0442(2004)017, 2335:ASPDSI.2.0.CO;2.

Wilhite, D. A. & Glantz, M. (1987). Chapter 2 Understanding the Drought Phenomenon: The Role of Definitions. En: Wilhite, D. A., Easterling, W. E. & Wood, D. A. (eds.), *Planning for Drought: Toward a Reduction of Societal Vulnerability* (pp. 11-27). Boulder, CO., United States of America: Westview Press.

Wilks, D. S. (2006). *Statistical methods in the atmospheric sciences* (2^a ed.). United States of America: Academic Press.

Organization (WMO) & Global Water Partnership (GWP), (2016). Handbook of Drought Indicators and Indices (Svoboda, M. & Fuchs, B.A.). *Integrated Drought management Programme (IDMP)*, Integrated Drought Management Tools and Guidelines Series2. Geneva.

Zargar, A., Sadiq, R., Naser, B. & Khan, F.I. (2011). A review of drought indices. *Environmental Reviews*, (19) 333–349.

Zelen, M. & Severo, N. C. (1965). Probability functions. In: Abramowitz, M., & Stegun, I. (eds.). *Handbook of Mathematical Functions*, 925-995. New York, U.S.A: Dover Publications.

Zhang X., Zwiers, F.W., Hegerl, G.C., Lambert, F.H., Gillett, N.P., Solomon, S., Stott, P.A. & Nozawa, T. (2007). Detection of human influence on twentieth-century precipitation trends. *Nature*, 448(7152), 461–465.