

Artículo publicado en el Repositorio Institucional del IMTA

<i>Título</i>	Diseño de sistemas hidráulicos bajo criterios de optimización de puntos de pliegue y múltiples criterios.
<i>Autor / Adscripción</i>	Carlos Eduardo Mariano Romero Víctor Hugo Alcocer Yamanaka Instituto Mexicano de Tecnología del Agua  Eduardo Morales Manzanares Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey
<i>Publicación</i>	Ingeniería Hidráulica en México, 20(3): 31-42
<i>Fecha de publicación</i>	2005
<i>Resumen</i>	Una manera de reducir los costos en procesos industriales es minimizar los consumos de agua de primer uso, lo cual es posible mediante el reúso de los efluentes de las operaciones unitarias cuyas concentraciones de contaminantes sean permisibles en otras operaciones. Estas concentraciones permisibles son alcanzables mezclando efluentes o agua residual con agua de primer uso o tratada. El diseño de sistemas con reúso de agua tratada requiere configurar las conexiones entre operaciones unitarias, fuentes de suministro y plantas de tratamiento, de manera que: a) se minimice el caudal de agua de primer uso y b) se minimice el costo de la infraestructura necesaria. En este artículo se presenta un modelo para el diseño de sistemas con las características descritas, empleando el concepto de punto de pliegue (del inglés pinch approach).
<i>Identificador</i>	<a href="http://hdl.handle.net/123456789/723">http://hdl.handle.net/123456789/723</a>

# Diseño de sistemas hidráulicos bajo criterios de optimización de puntos de pliegue y múltiples criterios

Carlos Eduardo Mariano-Romero  
Víctor Hugo Alcocer-Yamanaka

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua

Eduardo Morales-Manzanares

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey

*Una manera de reducir los costos en procesos industriales es minimizar los consumos de agua de primer uso, lo cual es posible mediante el reúso de los efluentes de las operaciones unitarias cuyas concentraciones de contaminantes sean permisibles en otras operaciones. Estas concentraciones permisibles son alcanzables mezclando efluentes o agua residual con agua de primer uso o tratada. El diseño de sistemas con reúso de agua tratada requiere configurar las conexiones entre operaciones unitarias, fuentes de suministro y plantas de tratamiento, de manera que: a) se minimice el caudal de agua de primer uso y b) se minimice el costo de la infraestructura necesaria. En este artículo se presenta un modelo para el diseño de sistemas con las características descritas, empleando el concepto de punto de pliegue (del inglés pinch approach). Se propone alcanzar la configuración aplicando dos técnicas: inicialmente, empleando programación matemática y, después a través de una técnica heurística basada en la solución de procesos de decisión markovianos, llamada Multi Objective Distributed Q-Learning (MDQL), de la cual se obtiene un conjunto de Pareto. Los resultados obtenidos mediante el conjunto de Pareto se comparan con la técnica de programación matemática.*

**Palabras clave:** programación matemática, modelo, técnicas heurísticas, uso eficiente.

## Introducción

Cada operación unitaria genera descargas que pueden ser aprovechadas de manera parcial o total por otra operación, siempre y cuando esta descarga no sobrepase los límites máximos permisibles de contaminantes que se rigen por la operación unitaria donde se potencialmente se reutilizaría la descarga. El reúso puede extenderse si se mezclan los efluentes de operaciones unitarias con diferentes tipos de agua como primer uso, tratada o residual de otras operaciones unitarias con concentración de contaminante con menor orden de magnitud. La configuración de un sistema con

estas características se logra mediante balances de masa y ajuste de los gastos de reúso y de los contaminantes entre operaciones. Existe un punto de ajuste óptimo que maximiza el reúso y permite minimizar la cantidad de agua de primer uso, a este se le denomina Punto de Pliegue Óptimo (PP) (Mann y Liu, 1999).

La identificación del PP permite configurar sistemas que garantizan el mínimo consumo de agua de primer uso —lo cual equivale a un ahorro importante en los costos de insumos— y maximiza el reúso del agua entre las operaciones del sistema. Ambas características reducen sustancialmente los efectos que los sistemas consumidores de agua suelen tener con el medio

ambiente. Sin embargo, hay que tener en cuenta que el reúso de descargas puede significar un aumento en los costos de tuberías, debido a la potencial inversión en tubería resistente a los efectos adversos de ciertos contaminantes.

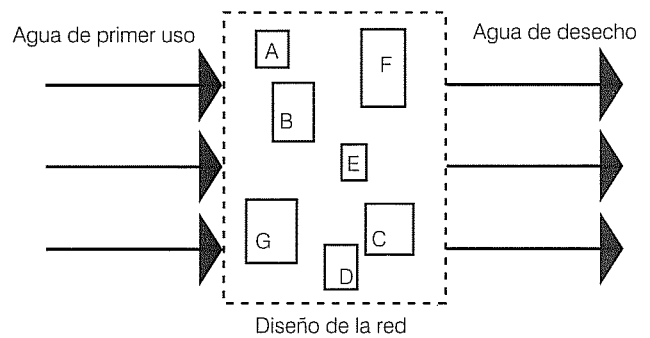
Tradicionalmente, el PP se alcanza por medio de ajustes sucesivos a los parámetros involucrados. Sin embargo, recientemente se propuso formularlo como un problema de optimización no lineal (NLP), cuyo objetivo es minimizar la cantidad de agua de primer uso que entra en el sistema (Wang y Smith, 1994) y (Mann y Liu 1999). Además, se han realizado importantes esfuerzos por hacer los modelos matemáticos más robustos y aplicables a situaciones reales (Coetzer, 1997; Galán, 1998; Alva-Argáez, 1999); así como utilizar la técnica en otros campos de aplicación con mayor número de variables, como los sistemas urbanos de distribución de agua (Alcocer, 2001; Alcocer 2002; Arreguín y Alcocer, 2004). Los modelos de la literatura referida buscan involucrar el mayor número de parámetros en el sistema y consideran un solo criterio o función objetivo por optimizar.

En este trabajo se presenta un modelo de optimización bi-objetivo: minimización de agua de primer uso y del costo de la tubería que conecta las fuentes de suministro con las operaciones unitarias, y sus reúsos y descargas respectivas. Para verificar la validez de la propuesta se utilizan dos ejemplos presentados en la literatura que consideran cuatro operaciones unitarias con un solo contaminante y diez operaciones unitarias con cuatro contaminantes.

### Formulación matemática

En la ilustración 1 se presentan las fuentes de abastecimiento y las siete operaciones unitarias involucradas. El diseño busca encontrar la configuración de la red que permita minimizar la demanda total de agua de primer uso (y, en consecuencia, reducir el agua de desecho) y cuyo costo de construcción sea mínimo. En otras palabras, es necesario identificar las operaciones que recibirán agua de primer uso directamente de las fuentes de suministro, así como las operaciones unitarias que pueden operar con agua de reúso, ya sea que provenga directamente de otras operaciones o que resulte de la mezcla de efluentes de otras operaciones con agua de primer uso, esto se reflejará sobre todo directamente en los índices de concentración de contaminante mayores a cero. Además el consumo de agua de las fuentes de suministro y el costo de conexión entre operaciones unitarias y fuentes de suministro debe ser el mínimo.

Ilustración 1. Sistema demandante de agua.



Como se muestra en la ilustración 1, en el modelo matemático que describe un sistema demandante de agua se consideran tres componentes (Alcocer, 2001): a) las fuentes de agua de primer uso disponibles; b) las operaciones unitarias demandantes de agua (posiblemente de primer uso), definidas por sus respectivas cargas de contaminantes y gastos requeridos, y c) las concentraciones de contaminantes permisibles mínimas y máximas a la entrada y salida de cada una de las operaciones.

El costo de construcción incluye sólo los costos referentes a la tubería que dependen de su longitud, diámetro y tipo de material.

Las funciones objetivo para minimizar el agua de primer uso y el costo del sistema toman la forma presentada en las ecuaciones (1) y (2), respectivamente.

$$F_1 = \sum_i cst_i \quad (1)$$

$$F_2 = \sum_i f_i \quad (2)$$

Donde  $F_1$  es el costo total de la red de distribución, considerando la conexión de las fuentes de abastecimiento a las operaciones unitarias que reciben agua directamente de éstas, y la conexión de las líneas de reúso de agua entre operaciones; este costo total está compuesto por la suma de los costos parciales,  $cst_i$ , de los segmentos de tubería empleados para conectar las operaciones a las fuentes de abastecimiento y entre operaciones.  $F_2$  es la demanda total de agua de primer uso del sistema, que se calcula por medio de la suma de las demandas parciales de agua de primer uso para todas las operaciones. La demanda parcial de agua de primer uso queda definida como  $f_i$  para la operación  $i$ ,  $O_i$ .

Costo total de la red

La evaluación de la primer función objetivo ( $F_1$ ) es la estimación del costo de los segmentos que componen la red de distribución del sistema, el cual está representado por  $cst_j$  y depende linealmente de tres variables: longitud del segmento  $L_j$ ; costo por unidad de longitud  $PC_j$  (que a su vez depende del diámetro  $D_j$  necesario para transportar el caudal demandado), y de un factor de costo  $CF_j$ , que se calcula en función de la resistencia del material de las tuberías a los efectos de contaminantes en el caudal transportado.

Dado que la finalidad de este trabajo es demostrar que la solución del problema planteado —de objetivos múltiples— es viable y representa ventajas sobre la solución tradicional —donde se considera un solo objetivo—, se excluyen los efectos de pérdida de carga en las tuberías. La ecuación (3) es la empleada para este cálculo.

$$cst_j = L_j \cdot PC_j \cdot CF_j \quad (3)$$

Como se mencionó previamente, el costo por unidad de longitud  $PC_j$  depende del diámetro comercial  $D_j=f(Q_j)$ ; se obtiene del cálculo del diámetro mínimo ( $D_{\min,j}$ ), aplicando la ecuación (4), que considera velocidades máximas en tubería de 2.50 m/s. El diámetro resultante se aproxima al diámetro comercial inmediato superior del Cuadro 1. El resultado será  $D_j$ :

$$D_{\min,j} = 0.714\sqrt{Q_j} \quad (4)$$

**Cuadro 1. Costo unitario de tubería. Los costos por unidad de longitud son sólo indicativos.**

Diámetro (mm)	PC (\$/m)
99	4.80
150	5.00
200	8.90
250	12.90
300	17.70
350	23.60
400	25.60
450	34.10
500	40.90
610	42.60
762	45.90
838	54.60
1,016	69.90
1,118	83.00
1,219	94.00
1,372	110.00

donde  $Q$  representa el caudal de agua transportado y se define en  $m^3/s$ ;  $D_{\min,j}$  es el diámetro mínimo requerido para transportar el caudal  $Q$ , expresado en milímetros .

Finalmente,  $CF_j$  es un factor que afecta el costo atribuible a los efectos corrosivos de los contaminantes y se calcula con base en la información incluida en el Cuadro 2.

Demanda de agua de primer uso

Para garantizar el flujo permanente en el sistema, las funciones objetivo se restringen por el balance de masa entre operaciones y las concentraciones máximas permitidas a la entrada y salida de las operaciones (Mann y Liu 1999).

El valor del caudal requerido por operación unitaria se determina con la carga másica de contaminantes, la cual se define por medio de la ecuación (5).

$$\text{mín } f_i = \frac{\Delta m_{i,k,tot}}{C_{i,k,sal}^{m\acute{a}x} - C_{i,k,ent}^{m\acute{a}x}} \quad (5)$$

donde:

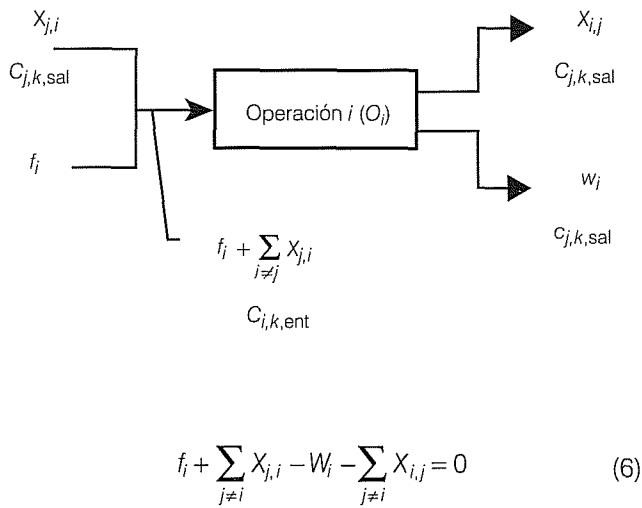
- $f_i$  es el caudal de agua de primer uso para la operación  $O_i$ .
- $\Delta m_{i,k,tot}$  es la transferencia de masa total por contaminante  $k$  en el flujo de agua en la operación  $i$ . Este término se conoce también como carga másica (Alcocer, 2001) y se define en kg/h.
- $C_{i,k,sal}^{m\acute{a}x}$  y  $C_{i,k,ent}^{m\acute{a}x}$  son las concentraciones del contaminante  $k$  máximas permisibles en la entrada y salida de la operación  $O_i$ , respectivamente, en mg/l.
- $C$  es la concentración.

De acuerdo con la ilustración 2, la restricción para el balance de masa en la  $i$ -ésima operación tiene la forma mostrada en la ecuación (6).

**Cuadro 2. Factores de costo para materiales de construcción de tuberías resistentes al efecto abrasivo de contaminantes. Los factores de costo considerados son sólo indicativos.**

Concentración de contaminante (mg/l)	CF
$0 \leq C \leq 50$	1.25
$50 < C \leq 100$	1.50
$100 < C \leq 150$	2.00
$150 < C \leq 200$	3.00
$200 < C \leq 500$	5.00
$500 < C$	10.00

Ilustración 2. Estructura general.



donde:

- $X_{i,j}$  es el caudal de agua de la operación  $O_i$  reusado en la operación  $O_j$ .
- $W_i$  es el caudal de agua de desecho de la operación  $O_i$  en la operación  $O_j$ .
- $X_{j,i}$  es el caudal de agua reusada proveniente de otras operaciones  $O_j$ , en  $m^3/h$ .

Las restricciones para las concentraciones de contaminantes (se consideran  $k$  diferentes contaminantes afectando al sistema) a la entrada de la  $i$ -ésima operación son  $c_{i,k,ent}$ , dadas por la ecuación (7).

$$c_{i,k,ent} = \frac{\sum_{j \neq i} X_{i,j} C_{j,k,sal}}{\sum_{j \neq i} X_{i,j} + f_i} \quad (7)$$

donde:

- $c_{j,k,sal}$  es la concentración del contaminante  $k$  a la salida de la operación  $O_j$ , en  $mg/l$ .
- $c_{i,k,ent}$  es la concentración del contaminante  $k$  a la entrada de la operación  $O_i$ , en  $mg/l$ .

De la misma forma, las concentraciones de contaminantes a la salida de la  $j$ -ésima operación están dadas por la variable  $c_{j,k,sal}$ , definida por la ecuación (8).

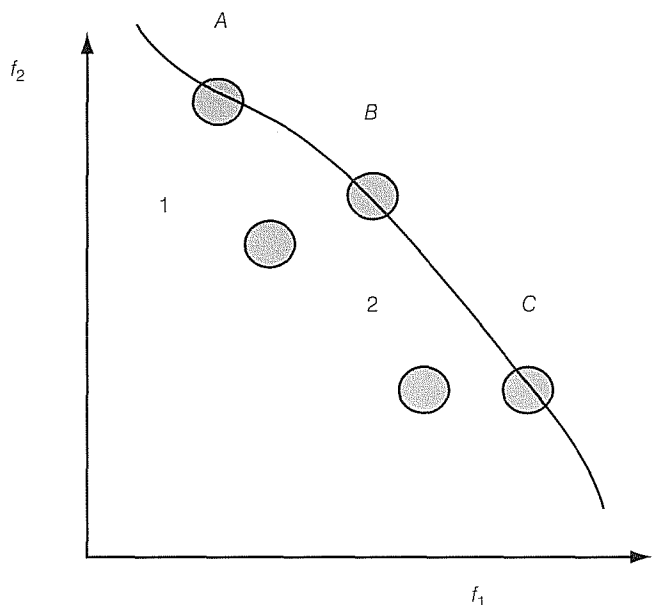
$$c_{j,k,sal} = c_{i,j,ent} + \frac{\Delta m_{i,k,tot}}{\sum_{i \neq j} X_{i,j} + f_i} \leq c_{j,k,sal}^{max} \quad (8)$$

## Métodos de solución

Con el fin de establecer los conceptos sobre los cuales se acota un problema de optimización con más de un objetivo, es preciso destacar que la diferencia de los problemas de optimización con un solo objetivo con respecto a los esquemas multiobjetivos es la inexistencia de una solución óptima global única, sino un conjunto de soluciones óptimas que forman el llamado conjunto de Pareto. Este conjunto está formado por aquellas soluciones que no son superadas por ninguna otra para todas las funciones objetivo. Se les conoce como soluciones no-dominadas, negociadas, Pareto óptimas o dominantes (Bäck, 1996). En la ilustración 3 se presenta un problema de dos funciones objetivo. Los puntos  $A$ ,  $B$  y  $C$  corresponden a soluciones Pareto óptimas, dado que no existe solución con mejor desempeño para las dos funciones objetivo ( $f_1$  y  $f_2$ ). El conjunto de Pareto es la solución de los problemas de optimización multiobjetivo. Por otro lado, las soluciones 1 y 2 son soluciones factibles dominadas y no son óptimas, según el concepto de optimización para este tipo de problemas.

Como se mencionó previamente, uno de los objetivos de este trabajo es verificar que la solución al problema de optimización con dos funciones objetivo planteado en la sección anterior ofrece ventajas respecto a la solución que se alcanza, partiendo del planteamiento clásico que incluye una sola función

Ilustración 3. Solución de los problemas de optimización multiobjetivo.



objetivo. Para corroborar dicha ventaja se propone el uso de dos técnicas de solución diseñadas para resolver problemas de optimización con más de una función objetivo: el método de la suma ponderada resuelto por medio del método del gradiente reducido bajo un esquema de programación matemática no lineal (NLP), y una técnica heurística que transforma el problema de optimización en un proceso de decisión markoviano. Esta técnica permite aprovechar el conocimiento adquirido en el proceso de exploración del espacio de los parámetros involucrados y aproximar con base en ello las soluciones, previamente validadas con el uso de funciones de prueba (Mariano, 2001b).

### Suma ponderada

Este método ha sido presentado en múltiples ocasiones. De las primeras referencias conocidas como son Gass y Saaty (1955), y Zadeh (1963). La idea es asociar las funciones objetivo con coeficientes de ponderación y minimizar la suma ponderada de éstas. Así, las funciones objetivo planteadas en el problema se transforman en una sola función objetivo resultante. En términos generales se propone que los coeficientes de ponderación  $p_i$  sean reales, tal que  $p_i \geq 0$  para toda  $i=1, \dots, k$ . También es común suponer coeficientes de ponderación normalizados, de forma que  $\sum_{i=1}^k p_i = 1$ . Para ser más precisos, el problema de optimización multiobjetivo se transforma en el problema de optimización ponderado:

$$\begin{aligned} & \text{mín} \sum_{i=1}^k p_i F_i \\ & \text{sujeto a: } x \in S \end{aligned}$$

donde  $p_i \geq 0 \forall i=1, \dots, k$  y  $\sum_{i=1}^k p_i = 1$ .

Ahora bien, este método garantiza lo óptimo del conjunto de Pareto si los coeficientes de ponderación son positivos o la solución es única (Miettinen, 1999), además de ser un método simple que permite generar soluciones Pareto óptimas. Sin embargo, las soluciones de Pareto requieren la variación de los coeficientes de ponderación, por lo que su uso implica resolver el problema ponderado tantas veces como variaciones de los coeficientes se realicen, lo cual puede resultar en un alto costo computacional.

Con base en lo anterior, el problema ponderado resultante de la combinación de las dos funciones objetivo consideradas en este trabajo queda de la siguiente forma:

$$F = p_1 \sum_i f_i + p_2 \sum_j cst_j \quad (9)$$

El problema ponderado expresado en la ecuación (9) se resuelve siguiendo el método del gradiente reducido con el software comercial GAMS (GAMS/MINOS; 2001).

### Multiple Objective Distributed Q-Learning (MDQL)

MDQL es un algoritmo diseñado para solucionar problemas de optimización multiobjetivo, sustentado por la hipótesis que en caso de presentarse una solución efectiva de estos problemas será necesario utilizar enfoques poblacionales que permitan la generación de más de una solución a la vez, y emplear el criterio de dominancia para evaluar las soluciones generadas. Esta misma hipótesis sostiene muchos de los desarrollos que al respecto se han realizado por la comunidad de computación evolutiva. Sin embargo, los algoritmos evolutivos no permiten aprovechar el conocimiento adquirido a lo largo del proceso de búsqueda (Sutton, 1998).

Con el fin de aprovechar las características de los algoritmos evolutivos y no soslayar el conocimiento que en general todos los algoritmos de búsqueda exploran y es posible explotar, se establece la solución de un problema de optimización con más de una función objetivo como un problema de decisión markoviano, definido por un conjunto de estados  $S$ , y para cada estado  $s \in S$ , un conjunto de acciones  $A_s$ . Se establece también para cada una de las acciones  $a \in A_s \forall s \in S$ , una función de valor  $Q(s, a)$ , que indicará el valor de las acciones en los estados para el logro de una tarea objetivo. Las funciones de valor  $Q(s, a)$  se actualizan de acuerdo con la bondad de una acción para el logro de la meta objetivo, lo cual se logra por medio de la ecuación (10) (Sutton, 1998).

$$Q(s, a) \leftarrow Q(s, a) + \alpha \left[ r + \gamma \max_{a' \in A_s} Q(s', a') - Q(s, a) \right] \quad (10)$$

donde:

- $Q(s, a)$  son las funciones de valor para las acciones en los estados, tal y como se definió previamente.
- $\alpha \in (0, 1)$  es un coeficiente de aprendizaje que indica el efecto o peso que tiene el valor de recompensa  $r$  sobre la actualización de las funciones de valor.
- $r$  es un valor de recompensa que se considera negativo en todos los casos, salvo en las

acciones que llevan a un estado definido como terminal,  $s_i \in S$ .

$\gamma \in (0, 1.0)$  se define como un factor de descuento que refleja la importancia presente de las recompensas futuras en el contexto de los procesos de decisión markovianos (para la determinación de los factores de descuento, aprendizaje y recompensa, Puterman, 1994).  
 $Q(s', a')$  es la estimación de la función de valor de la acción mejor evaluada  $a'$ , una vez realizada la transición del estado actual  $s$  al estado futuro  $s'$ , como resultado de aplicar la acción seleccionada  $a$ .

Para la solución de problemas de decisión markovianos se utilizan agentes artificiales que inician episodios (la terminación de una tarea objetivo) en un estado definido como inicial  $s_0 \in S$ . Los agentes en los estados seleccionan acciones con base en las funciones de valor de éstas, y como consecuencia de aplicar dichas acciones, los agentes se mueven a otros estados (transición) y actualizan las funciones de valor de las acciones aplicadas, tomando como base la ecuación (10). Este proceso se repite para un número finito de transiciones o hasta que los agentes logren llegar a un estado terminal  $s_i$ , que indica el cumplimiento de la meta objetivo. El proceso descrito se repite un número de episodios definido, el cual generalmente es de un orden de magnitud alto, para así garantizar la convergencia de las funciones de valor.

Por la naturaleza de los valores asignados como recompensas (negativos en todos los casos, salvo cuando se logra llegar a un estado terminal), los agentes buscarán en cada episodio lograr la tarea objetivo en el menor número de transiciones. Al conjunto de acciones que parten de un estado inicial y que permite a los agentes llegar al estado final en el menor número de transiciones se le conoce como política óptima y se identifica como  $\pi^*$ .

La solución de los problemas de decisión markovianos radica en definir o encontrar una política óptima (Mariano, 2001b). La aplicación de estos principios a la solución de problemas de optimización multiobjetivo se realiza considerando lo siguiente:

1. El estado al que llega un agente se considera terminal si se completa el número de transiciones y se termina un episodio. Los estados terminales serán considerados soluciones del problema de optimización multiobjetivo. Para cada una de las soluciones se almacena el ambiente, es decir, el conjunto de estados  $S$ , su respectivo conjunto de acciones  $A_s$  y sus funciones de valor  $Q(s, a)$ .

2. Los agentes interactúan sobre el mismo ambiente inicial. Tras la conclusión del primer episodio y al inicio de cada uno de los episodios subsecuentes, los agentes se asignan de forma aleatoria a los ambientes disponibles (aquellos que corresponden a las soluciones encontradas hasta el momento).
3. Se manejan 'mapas' comunes de los ambientes existentes, en los que los agentes indican las transiciones realizadas y su efecto sobre las funciones de valor. Los 'mapas' consisten en copias de las funciones de valor de las acciones en los estados  $Q_c(s, a)$ ; los agentes toman decisiones con base en la información vertida en estos 'mapas'. Un agente en un estado selecciona la acción con mejor estimación de su función de valor  $\max_{a \in A_s} Q_c(s, a)$ , pero con una probabilidad  $\epsilon \approx 0$  selecciona en forma aleatoria alguna otra de las acciones disponibles.
4. Al término de un episodio, las soluciones encontradas se evalúan con base en el criterio de dominancia y se actualiza el conjunto de Pareto. La actualización del conjunto de Pareto consiste en eliminar aquellas soluciones y toda su información asociada, y agregar, en conjunto con sus ambientes, las que resulten no dominadas, sustituyendo la información del ambiente original por la información contenida en el 'mapa'.

### Casos de prueba

El primer caso de prueba utilizado considera cuatro operaciones unitarias ( $O_1, O_2, O_3$  y  $O_4$ ). El Cuadro 3 incluye los valores límite para el agua de primer uso  $f$ , concentraciones máximas de contaminante a la entrada  $C_{i,k,ent}^{m\acute{a}x}$  y a la salida  $C_{i,k,sal}^{m\acute{a}x}$ , y la transferencia de masa de contaminante máxima  $\Delta m_{i,k,tot}$  para las cuatro operaciones. Sólo se considera una fuente de suministro, pero el modelo es capaz de representar más de una. El diseño, como se mencionó con anterioridad, busca encontrar la configuración óptima para la red con el mínimo costo de inversión.

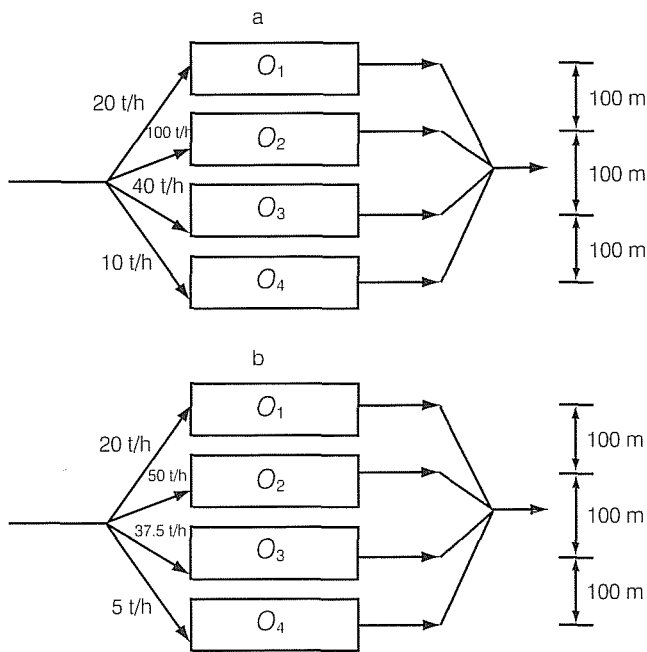
La ilustración 4 muestra la solución del caso de prueba sin reúso, lo cual implica que las demandas de agua de todas las operaciones se satisfacen con agua de primer uso. Para esta solución, el costo de la red es de 1,875.00 unidades monetarias, y el caudal de agua de primer uso requerido es de 112.50 m<sup>3</sup>/h.

La implantación de MDQL para resolver el caso de prueba descrito considera las variables de decisión mostradas en el cuadro 4, donde se incluye el número de particiones por variable; es decir, para la primera

**Cuadro 3. Valores para los parámetros de operación;  $f_{lim}$  representa el valor límite máximo para el caudal de las operaciones (solución sin optimizar, ilustración 4a). Los valores presentados en la ilustración 4b se obtienen al optimizar el problema sin considerar reúso.**

Operación	$f_{lim}$ (t/h)	$C_{i,k,ent}^{max}$ (mg/l)	$C_{i,k,sal}^{max}$ (mg/l)	$\Delta m_{i,k,tot}$ (g/h)
$O_1$	20	0.00	100.00	2,000
$O_2$	100	50.00	100.00	5,000
$O_3$	40	50.00	800.00	30,000
$O_4$	10	400.00	800.00	4,000

**Ilustraciones 4a y 4b. Solución no optimizada (a) y optimizada sin reúso (b) para el primer caso de prueba.**



variable de decisión se considera cien estados (uno cada  $0.20 \text{ m}^3/\text{h}$ ), cada estado con 250 posibles acciones que permiten a los agentes moverse, partiendo de un estado para  $f_1$ , a cualquiera de los estados definidos para  $f_2$  (uno para cada  $0.20 \text{ m}^3/\text{h}$ ), y así sucesivamente para cada una de las variables de decisión.

Al inicio de un episodio, los agentes seleccionan una acción de las cien posibles definidas para el estado inicial, el cual no representa variable de decisión alguna. La selección se hace considerando una probabilidad  $\epsilon \approx 0.1$  de seleccionar una acción diferente a la acción con el mayor valor de evaluación  $Q(s, a)$ . En consecuencia, el agente se transporta a uno de los estados definidos para

**Cuadro 4. Espacio de parámetros para el caso de prueba propuesto.**

Variable	Rango	Número de estados
$f_1$	0 – 20.00	100
$f_2$	0 – 50.00	250
$f_3$	0 – 37.50	175
$f_4$	0 – 5.00	20
$X_{1,j} \in \{1,2,3,4\}$	0 – 20.00	100
$X_{2,j} \in \{1,2,3,4\}$	0 – 50.00	250
$X_{3,j} \in \{1,2,3,4\}$	0 – 37.50	175
$X_{4,j} \in \{1,2,3,4\}$	0 – 5.00	20
$W_1$	0 – 20.00	100
$W_2$	0 – 50.00	250
$W_3$	0 – 37.50	175
$W_4$	0 – 5.00	20

$f_1$ , lo cual implica dar valor a este parámetro, tras lo cual se repite el proceso de selección de acción para cada uno de los estados sucesivos (se considera el orden de los parámetros declarados en el

Cuadro 4) hasta definir el valor de la última de las variables de decisión, en este caso el efluente de la cuarta operación,  $W_4$ .

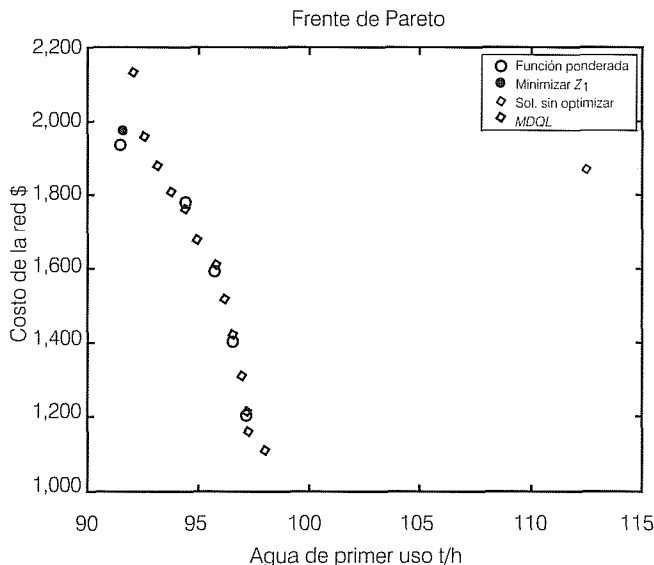
En total se consideran veinte agentes interactuando en el ambiente propuesto. Cuando el total de los agentes concluye un episodio (definición de los valores para los 24 parámetros), las veinte soluciones obtenidas se evalúan con base en la dominancia de Pareto. Aquellas no dominadas reciben la recompensa  $r$  con la que se actualizan las funciones de valor de las acciones consideradas en la definición de los valores para los parámetros de acuerdo con lo expuesto anteriormente. Los ambientes definidos en cada solución se guardan en memoria, para el siguiente episodio se considera una asignación aleatoria de agentes en cada uno de los ambientes almacenados. Este grupo de soluciones es el conjunto de Pareto.

Los resultados obtenidos con MDQL se muestran en la Ilustración 5, se agregan también las cinco soluciones obtenidas de la solución del problema ponderado (ecuación 9), considerando los siguientes valores para los coeficientes de ponderación ó factores de peso ( $p_1, p_2$ ): (0.10, 0.90); (0.30, 0.70); (0.50, 0.50); (0.70, 0.30) y (0.90, 0.10). Cada uno de los cinco casos se resolvió con el método del gradiente reducido a través de GAMS (GAMS/MINOS, 2001). Se considera también el caso obtenido minimizando sólo la cantidad de agua de primer uso que entra al sistema  $f_1$ , y la solución sin optimizar representada en la Ilustración 5.

Como se aprecia en la Ilustración 5, MDQL identifica 13 soluciones no dominadas, algunas de las cuales



**Ilustración 5. Conjunto de Pareto obtenido con MDQL y su comparación con el obtenido por medio de la función ponderada.**



coinciden con las obtenidas al resolver el problema ponderado. Es importante destacar que para este tipo de problemas, el conjunto de Pareto es pequeño, dadas las restricciones impuestas. Respecto a la discretización impuesta sobre los parámetros del problema, se evaluó el comportamiento de MDQL sobre el doble de estados por parámetro, es decir, intervalos de la mitad del tamaño considerados originalmente (los valores representados en el cuadro 3), pero no se apreció mejora en la calidad ni en la cantidad de soluciones reportadas en la Ilustración 5. Esto hace suponer que el frente de Pareto real para el caso de prueba está conformado sólo por las 13 soluciones reportadas. Por otro lado la solución no optimizada resulta inferior respecto al frente de Pareto construido por cualquiera de los procedimientos empleados. Lo mismo ocurre con la solución que considera sólo el objetivo de minimización del agua de primer uso que entra al sistema.

El segundo caso resuelto corresponde a la información publicada por Alva-Argaez (2000), quien consideró una industria con diez operaciones unitarias,  $I = \{O_1, O_2, O_3, O_4, O_5, O_6, O_7, O_8, O_9, O_{10}\}$ , y cuatro tipos de contaminantes,  $U = \{A, B, C, D\}$ . Los parámetros de operación del sistema completo se incluyen en el cuadro 5. Este mismo problema fue resuelto por Alcocer y Arreguín (2002), considerando como función única de optimización la minimización de la cantidad de agua de primer uso que entra al sistema, los resultados obtenidos por estos últimos autores,

muestran total correspondencia con los publicados por Alva-Argaez (2000), lo que permite afirmar que los modelos empleados en ambos casos son idénticos y que los experimentos realizados en este trabajo son comparables con los reportados en los dos trabajos mencionados.

Para la solución del problema propuesto se utiliza MDQL, dado que en el caso anterior se verificó la cercanía de las soluciones encontradas por ambos métodos, además de que en estudios previos se ha comprobado la eficiencia de MDQL (Mariano, 2000).

La ilustración 6 muestra el resultado obtenido con MDQL para la solución del problema con diez operaciones unitarias y cuatro contaminantes. Se incluye la solución obtenida considerando sólo el objetivo de minimizar el consumo de agua de primer uso. Igual que en el primer caso analizado, la solución de optimizar la demanda de agua de primer uso aparece en el extremo superior del frente de Pareto, en la región que corresponde a los caudales menores y altos costos. Esto parece lógico, dado que la optimización de  $Z_2$ , sin considerar la función de costo  $Z_1$ , sería equivalente a tomar en cuenta un factor de ponderación  $p_2=0$  en el problema ponderado representado por la ecuación 9.

Las soluciones presentadas para el segundo caso hacen evidentes las ventajas de considerar más de uno de los criterios que afectan un problema de optimización. Por un lado, el que haya más de una solución óptima hace más flexible la toma de decisiones y probablemente más certera. Por otro lado, el esfuerzo computacional y de análisis requerido no es notablemente mayor al que se necesita en el caso de un solo objetivo y los resultados son más valiosos desde el punto de vista de la información implícita en ellos.

## Conclusiones

Se presentó un modelo de optimización para realizar diseños utilizando punto de pliegue óptimo (PP) y dos funciones objetivo. Este modelo se puede extender a otro tipo de operaciones, como tratamiento de aguas residuales, lo cual permitirá reducir los consumos de agua de primer uso en las operaciones. La solución de este modelo permitió verificar su comportamiento, además de su consistencia. Dicha verificación se realizó sobre dos problemas: el primero con cuatro operaciones y un tipo de contaminante, y el segundo con diez operaciones y cuatro tipos de contaminantes, ambos con reúso de agua. Como medio de verificación se utilizó el método de programación matemática basado en la ponderación de funciones, cuyo comportamiento ha sido estudiado en múltiples ocasiones, considerando

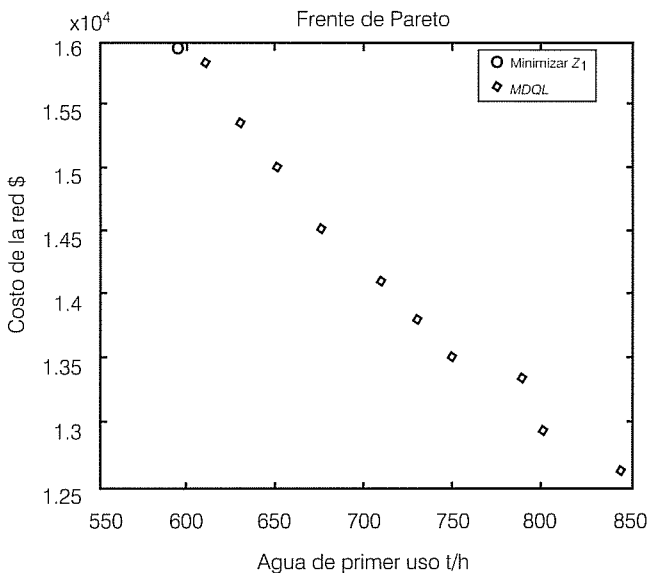
Cuadro 5. Valores para los parámetros de operación del segundo caso de prueba.

Operación ( <i>i</i> )	Contaminante	$C_{i,j,ent}^{m\acute{a}x}$ (mg/l)	$C_{i,j,sal}^{m\acute{a}x}$ (mg/l)	$F_i^L$ (m <sup>3</sup> /h)
$O_1$	A	200	25,000	24.87
	B	500	20,000	
	C	100	28,500	
	D	1,500	230,000	
$O_2$	A	350	8,000	40.98
	B	3,000	9,000	
	C	500	24,080	
	D	400	3,000	
$O_3$	A	350	3,500	39.20
	B	450	2,500	
	C	150	1,500	
	D	500	1,500	
$O_4$	A	800	15,000	4.00
	B	650	5,000	
	C	450	700	
	D	300	1,500	
$O_5$	A	1,300	2,000	3.92
	B	2,000	7,000	
	C	2,000	9,000	
	D	4,000	10,000	
$O_6$	A	3,000	12,000	137.50
	B	2,000	10,000	
	C	100	8,000	
	D	0	200	
$O_7$	A	450	2,000	290.96
	B	0	3,000	
	C	250	1,000	
	D	650	12,000	
$O_8$	A	100	3,450	23.81
	B	250	4,000	
	C	200	700	
	D	550	7,000	
$O_9$	A	150	1,000	65.44
	B	450	1,000	
	C	3,000	4,000	
	D	100	100	
$O_{10}$	A	0	100	4.00
	B	0	100	
	C	0	100	
	D	0	100	

los criterios generales que garantizan su convergencia (Miettinen, 1999). Se utilizó también una técnica heurística basada en la solución de procesos de decisión markovianos llamada *MDQL*, cuyo desempeño se ha medido a través de problemas de referencia ó benchmark (Mariano, 2000 y 2001).

Los resultados obtenidos indican que la solución de problemas de diseño de sistemas hidráulicos —consi-

derando más de uno de los criterios involucrados— es viable, además de que permite obtener más soluciones y con ello facilitar la toma de decisiones. En este trabajo se consideran sólo dos de los criterios; sin embargo, el modelo se podrá extender para considerar más de ellos. Al respecto, es posible afirmar que en la solución de problemas reales de optimización, la consideración del mayor número de criterios posible permite mayor

**Ilustración 6. Soluciones encontradas para el problema de diez operaciones y cuatro contaminantes.**Recibido: 20/01/2004  
Aprobado: 24/06/2004

acercamiento a la solución del problema; lo contrario ocurre con sólo uno de los criterios, ya que esto implica una solución poco real del problema analizado.

A esta conclusión han llegado numerosos investigadores en el área de operaciones unitarias y diseño de sistemas hidráulicos: Athan, 1996; Galán, 1998; Alva-Argaez, 1999; Mann y Liu 1999; Alcocer y Arreguín, 2002, por mencionar algunos. De la misma forma, la solución de este tipo de problemas en la industria y otros campos implica reducciones importantes de los costos económicos, como son propiamente el del agua.

Resolver este tipo de problemas representa retos importantes para los técnicos involucrados en los procesos industriales, ya que, en general, se han solucionado sólo parcialmente. Los resultados presentados aquí se pueden considerar una muestra de las aplicaciones reales en el ámbito hidráulico, el cual necesita la participación de otras disciplinas, como computación evolutiva, para responder a la constante demanda de soluciones prácticas a problemas complejos.

Finalmente, la aplicación de MDQL en la solución de problemas reales con restricciones no lineales indica que el algoritmo es útil para resolver este tipo de problemas, debido en parte a su no dependencia de codificaciones complejas.

## Agradecimientos

Esta investigación se financió parcialmente por el Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología, con el proyecto 33000-A.

## Referencias

- ARREGUÍN, F. y ALCOCER, V. Modelación sistémica del uso eficiente del agua. *Ingeniería hidráulica en México*. Vol. XIX, núm. 3, julio-septiembre de 2004, pp. 83-102.
- ALCO CER, V., ARREGUÍN F., (2002). "Minimización de agua de primer uso en procesos industriales a través de técnicas de optimización". XX Congreso Latinoamericano de Hidráulica. La Habana, Cuba.
- ALCO CER, V. *Enfoque sistémico del uso eficiente del agua en el medio urbano*. Tesis de maestría en Ingeniería. Cuernavaca, México: División de Estudios de Postgrado de la Facultad de Ingeniería (DEPFI) Campus Morelos, Universidad Nacional Autónoma de México (UNAM), 2001. 116 pp.
- ALVA-ARGAEZ, A. *An automated design tool for water and wastewater minimization*. PhD Thesis. Manchester: Department of Process Integration, University of Manchester IST, 1999.
- ATHAN, T. y PAPANLOMBROS, P. A note on weighted criteria methods for compromise solutions in multi-objective optimization, *Engineering optimization*. Vol. 27, 1996, 136 pp.
- BÄCK, T. *Evolutionary algorithms in theory and practice*. Oxford: Oxford University Press, 1996.
- COETZER, D., STANLEY, C. y KUMANA, J. Systemic reduction of industrial water use and wastewater generation. *Proceedings of American Institute of Chemical Engineers*. Houston: National Meeting, marzo de 1997.
- GALÁN, B. y GROSSMANN, I.E. Optimal design of distributed wastewater treatment networks. *Industrial Engineering Chemistry Resources*. Vol. 37, 1998, 4036 pp.
- GAMS/MINOS. General Algebraic Modeling System Development Corporation [en línea], 2001. <http://www.gams.com>.
- GASS, S. y SAATY, T. The computational algorithm for the parametric objective function. *Naval Research Logistics Quarterly*. Vol. 2, 1995, pp. 39-45.
- MANN, G.J. y LIU, Y.A. *Industrial water reuse and wastewater minimization*. New York, McGraw Hill Eds., 1999.
- MARIANO, C. y MORALES, E. A new approach for the solution of multiple objective problems based on reinforcement learning, lecture notes in artificial intelligence. *Proceedings of the Mexican International Conference on Artificial Intelligence*. Acapulco, abril de 2000, pp. 212-223.
- MARIANO, C. y MORALES, E. A new updating strategy for reinforcement learning based on Q-learning. *Lecture notes in artificial intelligence* (Flach, P. y De Raedt, L., editores). Vol. 2167, 2001a, pp. 324-335.

- MARIANO, C. *Aprendizaje por refuerzo en optimización multiobjetivo*. Tesis doctoral. Cuernavaca, México: Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores de Monterrey, campus Cuernavaca, 2001b.
- MESSAC, A., MELACHRINOUDIS, E. y SUKAM, C. Aggregate objective functions and Pareto relationships and practical implications. *Optimization engineering*. Vol. 1, 2000, pp. 171-188.
- MIETTINEN, K., *Nonlinear multiobjective optimization*. Norwell, Massachusetts: Kluwer Academic Publishers, 1999.
- SUTTON, R., y BARTO, G. *Reinforcement learning. An introduction*. Cambridge, Massachusetts: MIT Press, 1998.
- PUTERMAN, M., *Markov decision processes discrete stochastic dynamic programming*. Series in probability and mathematical statistics. New York: John Wiley and Sons, 1994.
- WANG, Y. A y SMITH, R. Wastewater minisation. *Chemical engineering science*. Vol.49, núm. 18, 1994, pp. 3127-3145.
- ZADEH, L., *Optimality and non-scalar-valued performance criteria*. IEEE Transactions on Automatic Control. Vol. 8, 1963, pp. 59-60.

### Abstract

MARIANO-ROMERO, C.E., ALCOCER-YAMANAKA, V.H. & MORALES-MANZANARES, E. *Hydraulic system design under the pinch approach and other optimization criteria*. Hydraulic engineering in Mexico (in Spanish). Vol. XX, no. 3, July-September, 2005, pp. 31-42.

*One way to reduce costs in industrial processes is the reduction of fresh water consumption. It is possible to reduce fresh water consumption in unitary operations through the reuse of discharged water from operations. Water reuse depends on contaminant concentration limits imposed by each operation. Contamination levels of effluents can be modified by mixing effluents from different operations or with the addition of fresh water from primary sources. This way, acceptable contaminant levels can be obtained to be used in operations. The design of this type of systems requires the definition of which operations must be interconnected, the amounts of fresh water required in each operation and in the interconnections, and the treatment level required to reduce the contaminant load to acceptable levels. The definition of the values for all parameters involved depends on several criteria, oftentimes conflicting and incommensurable. In the best cases, designs of this type of systems are made considering the water pinch approach with a single criterion, generally the reduction of the total influent of fresh water. This paper presents an optimization model for the design of this kind of systems considering two of the criteria involved. The criteria considered are: a) minimization of the total influent flux to the system and b) the minimization of the infrastructure cost. The Pareto set is obtained using an heuristic approach based on the solution of the optimization problem as a Markov decision process. The solutions were compared with those obtained using a weighted function approach solved with GAMS.*

**Keywords:** *model, mathematical programming, heuristic techniques, efficient use.*

### Dirección institucional de los autores:

*Dr. Carlos Eduardo Mariano-Romero  
M. en I. Víctor Hugo Alcocer-Yamanaka*

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA),  
Paseo Cuauhnáhuac 8532, 62550 Jiutepec, Morelos, México,  
teléfono: + (52) (777) 329 2300, extensiones 203 y 206,  
cmariano@tlaloc.imta.mx  
valcocer@tlaloc.imta.mx

*Dr. Eduardo Morales-Manzanares*

Instituto Tecnológico y de Estudios Superiores  
de Monterrey (ITESM) Campus Cuernavaca,  
Paseo de la Reforma 182-A, 62589 Temixco, Morelos, México,  
teléfono: + (52) (777) 329 7100, extensión 7388,  
eduardo.morales@itesm.mx