

Artículo publicado en el Repositorio Institucional del IMTA

<i>Título</i>	Drenaje agrícola subterráneo con capacidad de almacenamiento variable.
<i>Autor / Adscripción</i>	Fernando Fragoza Carlos Fuentes Manuel Zavala Felipe Zataráin Heber Saucedo Instituto Mexicano de Tecnología del Agua Enrique Mejía Colegio de Postgraduados en Ciencias Agrícolas
<i>Publicación</i>	Ingeniería Hidráulica en México, 18(3): 81-93
<i>Fecha de publicación</i>	2003
<i>Resumen</i>	Este trabajo persigue los objetivos de a) estudiar la capacidad de almacenamiento como una función de la posición de la superficie del manto freático, considerando la influencia de la zona no saturada del suelo en el proceso de drenaje, y b) verificar la capacidad descriptiva de la fórmula para la capacidad de almacenamiento mediante la descripción de un experimento de drenaje efectuado en laboratorio con una solución de elemento finito de la ecuación de Boussinesq unidimensional.
<i>Identificador</i>	http://hdl.handle.net/123456789/724

Drenaje agrícola subterráneo con capacidad de almacenamiento variable

Fernando Fragoza
Carlos Fuentes
Manuel Zavala
Felipe Zataráin
Heber Saucedo

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua

Enrique Mejía

Colegio de Postgraduados en Ciencias Agrícolas

A partir de la consideración de las zonas no saturada y saturada del suelo, se deduce una relación entre la capacidad de almacenamiento y la carga hidráulica, la cual requiere del conocimiento de la curva de retención del suelo. Con la curva de retención que resulta de las características hidrodinámicas de Fujita y Parlange, se deduce una fórmula particular flexible para la capacidad de almacenamiento. Los parámetros de la fórmula correspondientes a un suelo de textura arenosa se estiman a partir de su curva granulométrica, porosidad total, de pruebas de infiltración y drenaje verticales. La capacidad de descripción de la fórmula de la capacidad de almacenamiento es evaluada a fin de reproducir la evolución de la lámina drenada observada en un sistema de drenaje en laboratorio, con una solución de elemento finito de la ecuación de Boussinesq unidimensional. La solución es previamente validada, comparando sus resultados con aquellos proporcionados por soluciones analíticas de la ecuación de Boussinesq sujeta a una condición de radiación en las fronteras. El buen acuerdo entre la evolución de la lámina drenada observada y la evolución de la lámina drenada calculada con la solución de elemento finito permite concluir que la fórmula de la capacidad de almacenamiento puede ser utilizada para estudiar la dinámica del agua en un sistema de drenaje subterráneo. La consideración en régimen permanente de una carga diferente de cero sobre el dren, así como de la condición de radiación, permiten proponer una nueva fórmula para calcular la separación entre drenes cuando la recarga es estimada de manera independiente.

Palabras clave: porosidad drenable, porosidad drenada, lámina drenable, lámina drenada, condición de radiación, características hidrodinámicas de Fujita y Parlange.

Introducción

El estudio de la transferencia del agua en los sistemas de drenaje agrícola puede ser abordado con la ecuación de Richards (1931), la cual permite considerar de manera explícita tanto la profundidad como la forma de los drenes

(Zaradny y Feddes, 1979; Fipps y Skaggs, 1986; García *et al.*, 1995; Manguerra y García, 1995; Saucedo *et al.*, 2002). Sin embargo, la complejidad asociada con esta aproximación ha originado que el análisis del drenaje agrícola sea más ampliamente difundido a partir de la ecuación de Boussinesq de los acuíferos libres que re-

sulta de la aplicación del principio de conservación de la masa y de la ley de Darcy a una columna elemental del acuífero.

La aplicación del principio de conservación de la masa al volumen elemental del acuífero $(H-H_i)\Delta x\Delta y$, donde x, y son las coordenadas cartesianas en el plano horizontal $H-H_i$ es el espesor del acuífero; $H = H(x, y, t)$ y $H_i = H_i(x, y)$ son, respectivamente, la elevación de la superficie libre y del estrato impermeable con respecto a un nivel de referencia resulta en la siguiente ecuación de continuidad:

$$\frac{\partial W}{\partial t} + \nabla \cdot Q = R \quad (1)$$

donde $\nabla = (\partial/\partial x, \partial/\partial y)$; $Q = (Q_x, Q_y) = Q(x, y, t)$ es el vector gasto por unidad de longitud; Q_x y Q_y son las componentes del gasto en las direcciones cartesianas; $R = R(x, y, t)$ es el volumen de recarga por unidad de tiempo por unidad de área de acuífero; $W = W(x, y, t)$ es el volumen de agua almacenada posible de ser drenada o removida por unidad de área denominada lámina almacenada drenable o removible, y es definida por $dW = d[(vH-H_i)]$, en la cual $v = v(H)$ es una fracción de la porosidad, que puede ser una función de H , denominada porosidad drenable.

El gasto es proporcionado por la ley de Darcy, considerando los supuestos de Dupuit-Forcheimer:

$$Q = -T(H)\nabla H, \quad T(H) = K_s(H-H_i) \quad (2)$$

donde $T(H)$ es la transmisibilidad del acuífero y K_s es la conductividad hidráulica a saturación.

La ecuación bidimensional de Boussinesq resulta de la combinación de las ecuaciones 1 y 2:

$$\mu(H)\frac{\partial H}{\partial t} = \nabla \cdot [T(H)\nabla H] + R \quad (3)$$

en la cual se ha introducido la capacidad de almacenamiento del acuífero $\mu(H)$ definida por:

$$\mu(H) = \frac{dW}{dH} = v(H) + (H-H_i)\frac{dv}{dH} \quad (4.1)$$

$$W(H) = W_i + \int_{H_i}^H \mu(\bar{H})d\bar{H} \quad (4.2)$$

donde $W_i = W(H_i) = 0$, porque H_i es la elevación del estrato impermeable.

En algunos trabajos en drenaje agrícola, la capacidad de almacenamiento ha sido generalmente asimilada a la porosidad drenable, puesto que se ha considerado como una constante (e.g. Glover-Dumm, presentado en Dumm, 1954; Pandey *et al.*, 1992). Sin embargo, cuando la capacidad de almacenamiento es una función de la carga como se ha considerado en otros trabajos en la literatura (Skaggs y Tang, 1976; Bhattacharya y Broughton, 1979; Gupta, 1991; Pandey *et al.*, 1992), no se justifica denominarla porosidad drenable, como apuntan Gupta *et al.* (1994).

A partir de los resultados de un experimento de drenaje en laboratorio, Gupta (1991) recomienda utilizar una dependencia lineal empírica para la capacidad de almacenamiento $\mu(H)$. Esta dependencia lineal es asumida por Gupta *et al.* (1994) para la porosidad drenable $v(H)$, lo cual es justificado por la ecuación 4.1, ya que una dependencia lineal de $v(H)$ induce una dependencia lineal de $\mu(H)$.

La dependencia lineal de la capacidad de almacenamiento o de la porosidad drenable no ha sido justificada teóricamente y, sobre todo, puede ser limitada para describir el drenaje de diferentes tipos de suelos; esto motiva el desarrollo de los siguientes objetivos en este trabajo:

- Estudiar la capacidad de almacenamiento como una función de la posición de la superficie del manto freático, considerando la influencia de la zona no saturada del suelo en el proceso de drenaje.
- Verificar la capacidad descriptiva de la fórmula para la capacidad de almacenamiento mediante la descripción de un experimento de drenaje efectuado en laboratorio con una solución de elemento finito de la ecuación de Boussinesq unidimensional.

Teoría

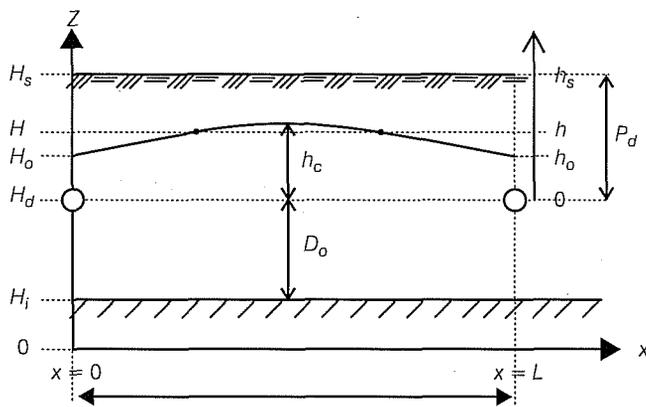
La ecuación unidimensional de Boussinesq

Se pueden obtener soluciones simplificadas para la descripción del flujo de agua en un sistema de drenaje agrícola, considerando que las variaciones de H en la dirección longitudinal de los drenes son despreciables. En tal situación, el problema consiste en resolver la ecuación unidimensional de Boussinesq:

$$\mu(H)\frac{\partial H}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left[T(H)\frac{\partial H}{\partial x} \right] + R \quad (5)$$

sobre el dominio mostrado en la ilustración 1.

Ilustración 1. Esquema de un sistema de drenaje agrícola subterráneo.



La capacidad de almacenamiento

En la deducción de la ecuación de Boussinesq, a partir de la integración de la ecuación de Richards en la coordenada vertical, considerando las zonas saturada y no saturada, González et al. (1997) obtienen la expresión siguiente de la capacidad de almacenamiento:

$$\mu(H) = \theta_s - \theta_{ns}(H) \tag{6}$$

donde θ_s es el contenido de humedad a saturación, igual a la porosidad volumétrica total del suelo (ϕ) cuando no existe aire atrapado y θ_{ns} es un contenido de humedad característico de la zona no saturada del suelo, dependiente de la elevación de la superficie libre. De acuerdo con la estructura de la ecuación 6, a la capacidad de almacenamiento se le puede denominar porosidad drenada.

La utilización de la ecuación 6 requiere de la definición de $\theta_{ns}(H)$; para ello se introduce la definición de lámina drenada. Partiendo de que la superficie libre del acuífero ubicada en la posición $z = H$ estuvo precedentemente ubicada en la posición $z = H_s$, la lámina drenada debido al abatimiento se define considerando la zona no saturada por:

$$\ell(H) = \int_H^{H_s} [\theta_s - \theta_{pH}(z)] dz \tag{7}$$

y definida considerando la lámina drenable de la zona saturada por:

$$\ell(H) = W_s - W(H) \tag{8}$$

donde $\theta_{pH}(z)$ es el perfil de humedad y $W_s = W(H_s)$ la lámina drenable máxima.

González et al. (1997) proponen calcular la porosidad drenada aceptando dos hipótesis: a) tomar a $\theta_{ns}(H)$ como el valor medio en la zona no saturada $\theta_{ns}(H) = \bar{\theta}(H)$ y por la ecuación 7 $\mu(H) = \ell(H)/(H_s - H)$, y b) aceptar una distribución hidrostática de las presiones $\psi = H - z$ para introducir la curva de retención $\theta(\psi) = \theta(H - z)$, en lugar de $\theta_{pH}(z)$ en la ecuación 7.

La porosidad drenada que hace compatible las definiciones de la lámina drenada dadas por las ecuaciones 7 y 8 es tal que $\mu(H) = dW/dH = -d\ell/dH$. Aceptando solamente la hipótesis de una distribución hidrostática de las presiones, la lámina drenada es expresada como:

$$\ell(H) = \int_H^{H_s} [\theta_s - \theta(H - z)] dz \tag{9}$$

de la cual se deduce:

$$\mu(H) = \frac{dW}{dH} = -\frac{d\ell}{dH} = \theta_s - \theta(H - H_s) \tag{10}$$

tomando en cuenta la ecuación 6, $\theta_{ns}(H) = \theta(H - H_s) = \theta_{sup}(H)$ corresponde al contenido de humedad en la posición H_s , en lugar del contenido de humedad medio, propuesto por González et al. (1997).

Una expresión de la curva de retención que permite la integración cerrada de la ecuación 9 se obtiene a partir de la difusividad hidráulica de Fujita (1952) y de la relación conductividad hidráulica-difusividad hidráulica de Parlange et al. (1982) (Fuentes et al., 1992):

$$D(S_e) = \left(\frac{K_s \lambda_c}{\theta_s - \theta_r} \right) \frac{1 - \alpha}{(1 - \alpha S_e)^2} \tag{11}$$

$$K(S_e) = K_s \frac{S_e [1 - \beta + (\beta - \alpha) S_e]}{1 - \alpha S_e} \tag{12}$$

donde $S_e = (\theta - \theta_r)/(\theta_s - \theta_r)$ es un grado de saturación efectivo; θ_r es el contenido volumétrico de agua residual; α y β son parámetros de forma adimensionales tales que $0 < \alpha < 1$ y $0 < \beta < 1$.

La escala de Bouwer (1964) λ_c está definida por:

$$\lambda_c = \frac{1}{K_s} \int_0^0 K(\psi) d\psi \tag{13}$$

La curva de retención se obtiene a partir de la definición de la difusividad hidráulica $D(\theta) = K(\theta)d\psi/d\theta$; es decir:

$$\psi(S_e) = \psi_c \left\{ \begin{array}{l} \frac{\alpha}{\beta} \ln \left[\frac{1 - \alpha S_e}{(1 - \alpha) S_e} \right] \\ + \frac{\beta - \alpha}{\beta(1 - \beta)} \ln \left[\frac{1 - \beta + (\beta - \alpha) S_e}{(1 - \alpha) S_e} \right] \end{array} \right\} \quad (14)$$

donde $\psi_c = \lambda_c$.

La función $\theta(\psi)$ se puede explicitar si se acepta la hipótesis $\alpha = \beta$, esto es:

$$\frac{\theta(\psi) - \theta_r}{\theta_s - \theta_r} = \frac{1}{\alpha + (1 - \alpha) \exp(\psi/\psi_c)} \quad (15)$$

la hipótesis $\alpha = \beta$ conduce a la ecuación de la conductividad en función de la presión propuesta por Gardner (1958): $K(\psi) = K_s \exp(\psi/\lambda_c)$.

La introducción de $\theta(\psi) = \theta(H-z)$, definida por la ecuación 15 en la ecuación 9, permite deducir la siguiente expresión de la lámina drenada:

$$\ell(H) = (\theta_s - \theta_r) \left\{ \begin{array}{l} (H_s - H) - \left(\frac{\lambda_c}{\alpha} \right) \\ \cdot \ln \left(\frac{1}{1 - \alpha + \alpha \exp[-(H_s - H)/\lambda_c]} \right) \end{array} \right\} \quad (16)$$

La porosidad drenada definida por la ecuación 10 con $\theta(H - H_s)$ calculada con la ecuación 15 es la siguiente:

$$\mu(H) = (\theta_s - \theta_r) \left\{ 1 - \frac{1}{\alpha + (1 - \alpha) \exp[(H_s - H)/\lambda_c]} \right\} \quad (17)$$

cuyo desarrollo en serie alrededor de H_s , $\mu(H) = (\theta_s - \theta_r) (1 - \alpha)(H_s - H)/\lambda_c + O[(H_s - H)^2]$, justifica las dependencias lineales para $\mu(H)$ y $v(H)$ utilizadas por Gupta (1991) y Gupta et al. (1994), respectivamente.

La lámina drenable $W(H)$ se deduce de la ecuación 8, $W(H) = \ell(H_i) - \ell(H)$, puesto que $W_s = \ell(H_i)$.

Considerando la ecuación 16 se tiene:

$$W(H) = (\theta_s - \theta_r) \left\{ \begin{array}{l} (H - H_i) - \left(\frac{\lambda_c}{\alpha} \right) \\ \cdot \ln \left[\frac{1 - \alpha + \alpha \exp(-(H_s - H)/\lambda_c)}{1 - \alpha + \alpha \exp(-(H_s - H_i)/\lambda_c)} \right] \end{array} \right\} \quad (18)$$

y la porosidad drenable se obtiene con la fórmula $v(H) = W(H)/(H - H_i)$, en la cual se debe señalar que $v(H_i) = \mu(H_i)$.

Condiciones límites

La especificación de las condiciones límites es muchas veces más conveniente si la posición de la superficie libre contada a partir del estrato impermeable es expresada como (ver ilustración 1):

$$H(x, t) = D_o + h(x, t) \quad (19)$$

donde $h(x, t)$ es la carga hidráulica contada a partir de la posición de los drenes.

La condición inicial de la presión debe ser especificada como la elevación de la superficie libre a lo largo de la coordenada horizontal x :

$$h(x, 0) = h_s(x) \quad (20)$$

Tradicionalmente, la condición de frontera que se ha impuesto en los drenes ($x = 0$ y $x = L$) (ilustración 1) es de tipo Dirichlet; por ejemplo, en la solución de Glover-Dumm (Dumm, 1954) se supone que la carga sobre el dren se abate de manera instantánea. A partir de una serie de observaciones de la carga sobre el dren y el gasto drenado en un sistema de drenaje agrícola subterráneo instalado en el campo, Fuentes et al. (1997) han presentado evidencia de que la evolución de la carga sobre el dren se describe mejor cuando se utiliza una condición de radiación de Newton.

La aplicación de la condición de radiación en un sistema de drenaje permite establecer que el flujo de agua a través de la frontera del dren $q(x = 0$ o $x = L, t)$ es proporcional a la diferencia de carga en la vecindad inmediata de esta frontera. Suponiendo que en el interior del dren la presión es igual a la atmosférica (convencionalmente igual a cero), se tiene $q \propto h$. Haciendo intervenir la conductividad hidráulica a saturación (K_s) y la separación entre drenes (L), el flujo de agua se puede expresar como $q(0, t) = -\gamma K_s h(0, t)/L$ y $q(L, t) = \gamma K_s h(L, t)/L$, donde γ es un coeficiente adimensional de conductancia

de la interfaz suelo-dren. Puesto que de acuerdo con la ley de Darcy $q(x, t) = -K_s \partial h(x, t) / \partial x$, las condiciones en las fronteras se establecen como sigue:

$$-K_s \frac{\partial h}{\partial x} + \gamma \frac{K_s}{L} h = 0, \quad x = 0 \quad (21)$$

$$K_s \frac{\partial h}{\partial x} + \gamma \frac{K_s}{L} h = 0, \quad x = L \quad (22)$$

En un sistema de drenes paralelos a igual separación, el gasto de agua que fluye a través de la frontera por unidad de longitud de dren es proporcionado por (Fuentes et al., 1997):

$$Q_t(t) = 2\gamma \frac{K_s}{L} [D_o + h(0, t)] h(0, t) \quad (23)$$

Soluciones analíticas de la ecuación unidimensional de Boussinesq

La solución más simple de la ecuación 5 se deduce para el régimen permanente ($\partial H / \partial t = 0$) o solución de Hooghoudt (1940), en la cual se supone que la recarga es constante $R = R_o$. La solución se obtiene con las siguientes condiciones: 1) $H = H_o$ en $x = 0$ y $x = L$, y 2) $dH/dx = 0$ en el centro $x = L/2$; es decir:

$$H^2(x) = H_o^2 + \frac{R_o}{K_s} x(L-x) \quad (24)$$

Aplicando la ecuación 24 al centro de la separación entre drenes ($x = L/2$) y considerando la ecuación 19 con h_o y h_c , las cargas hidráulicas sobre el dren y en el centro de la separación entre drenes, respectivamente, se deduce la fórmula:

$$R_o = 4K_s [h_c(h_c + 2D_o) - h_o(h_o + 2D_o)] / L^2 \quad (25)$$

la cual se reduce a la fórmula clásica de Hooghoudt cuando $h_o = 0$. En régimen transitorio se reporta la solución de Fuentes et al. (1997), obtenida bajo los supuestos siguientes: a) porosidad drenable constante $v = \bar{v} \Rightarrow \mu = \bar{\mu} = \bar{v}$; b) transmisibilidad constante $T = \bar{T} = K_s(D_o + \bar{h})$; c) recarga nula ($R = 0$); d) condición inicial constante $H = H_s = D_o + h_s$; e) condiciones de frontera de radiación proporcionadas por las ecuaciones 21 y 22. La solución para $h(x, t)$ es la serie de Fourier siguiente:

$$h(x, t) = h_s \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ A_n \exp\left(-\alpha_n^2 \frac{t}{\tau}\right) \left[\cos\left(\alpha_n \frac{x}{L}\right) + \frac{\gamma}{\alpha_n} \sin\left(\alpha_n \frac{x}{L}\right) \right] \right\} \quad (26)$$

donde $\tau = \bar{\mu} L^2 / \bar{T}$.

Los valores propios (α_n) son las raíces positivas de:

$$f(\alpha) = \frac{\alpha}{\gamma} - \frac{\gamma}{\alpha} - 2\cot(\alpha) = 0 \quad (27)$$

y las amplitudes correspondientes (A_n) se calculan con:

$$A_n = 2 \frac{\alpha_n \sin(\alpha_n) + \gamma [1 - \cos(\alpha_n)]}{\alpha_n^2 + \gamma^2 + 2\gamma} \quad (28)$$

El gasto drenado por unidad de longitud de acuerdo con la ecuación 23 y la lámina drenada son proporcionados, respectivamente, por:

$$Q_t(t) = \frac{2\gamma \bar{T}}{L} h(0, t) = \frac{2\gamma \bar{T}}{L} h_s \sum_{n=0}^{\infty} A_n \exp\left(-\alpha_n^2 \frac{t}{\tau}\right) \quad (29)$$

$$\ell(t) = \frac{1}{L} \int_0^t Q_t(t) dt = \ell_{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} 2\gamma \frac{A_n}{\alpha_n^2} \left[1 - \exp\left(-\alpha_n^2 \frac{t}{\tau}\right) \right] \quad (30)$$

donde $\ell_{\infty} = \lim_{t \rightarrow \infty} \ell(t) = \bar{\mu} h_s$.

En razón del límite de la ecuación 30, Fuentes et al. (1997) recomiendan tomar como porosidad drenada constante el valor medio siguiente:

$$\bar{\mu} = \frac{1}{h_s} \int_0^{h_s} \mu(h) dh \quad (31)$$

Los mismos autores sugieren tomar como valor constante de la transmisibilidad el valor medio ponderado siguiente:

$$\bar{T} = K_s(D_o + \bar{h}) = \frac{2}{h_s^2} \int_0^{h_s} h T(h) dh \quad (32)$$

es decir, $\bar{h} = \frac{2}{3} h_s$.

Se puede demostrar que esta solución contiene a la solución de Glover-Dumm (Dumm, 1954) como caso particular. En efecto, cuando la conductancia de la interfaz suelo-dren es muy grande, ocurre el abatimiento instantáneo de la carga sobre el dren. Cuando $\gamma \rightarrow \infty$ de la ecuación 27 se deduce $\alpha_n = (2n + 1)\pi$, y de la ecuación 28, $\gamma A_n \rightarrow 4$. Con estos resultados, la solución de Glover-Dumm (Dumm, 1954) se deduce de la ecuación 26, a saber:

$$h(x,t) = h_s \frac{4}{\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{1}{2n+1} \exp\left[-(2n+1)^2 \pi^2 \frac{t}{\tau}\right] \cdot \sin\left[(2n+1)\pi \frac{x}{L}\right] \right\} \quad (33)$$

La solución analítica de la ecuación 5, sujeta a la condición inicial definida por la ecuación 20 y a las condiciones de frontera definidas por las ecuaciones 21 y 22, con la transmisibilidad definida por la ecuación 2 y la capacidad de almacenamiento definida por la ecuación 17, no es conocida hasta el presente. Esta es la razón por la que se obtiene una solución numérica del sistema.

Una solución de elemento finito de la ecuación unidimensional de Boussinesq

La resolución numérica de la ecuación 5 se realiza con el método del elemento finito. En este método, la variable dependiente H se aproxima por una combinación lineal de funciones de base φ_i , definidas en relación con la función delta de Kronecker:

$$H(x, t) \equiv \hat{H}(x, t) = \sum_{j=1}^n \varphi_j(x) a_j(t) \quad (34)$$

donde $a_j(t)$ son coeficientes que dependen del tiempo y representan la solución aproximada de la ecuación 5 en puntos específicos del dominio llamados nodos (n).

La sustitución de la solución aproximada $\hat{H}(x, t)$ en la ecuación 5 genera un error o residuo que puede minimizarse formando una integral ponderada de éste sobre el dominio de solución ($0, L$) y requiriendo que la integral, denominada residuo ponderado, sea cero. Al integrar por partes la expresión para el residuo ponderado se obtiene la forma débil de la ecuación 5:

$$\int_0^L \hat{\mu} \frac{\partial \hat{H}}{\partial t} v_i dx + \int_0^L \hat{\tau} \frac{\partial \hat{H}}{\partial x} \frac{dv_i}{dx} dx = \int_0^L R v_i dx + \hat{\tau} \frac{\partial \hat{H}}{\partial x} v_i \Big|_0^L \quad (35)$$

donde $v_i(x)$, con $i = 1, \dots, n$, son las funciones de peso.

Al considerar que las funciones de peso son iguales a las funciones de base $v = \varphi$ (método de Galerkin) y asumir una variación lineal de las propiedades hidráulicas en el elemento $\hat{\mu} = \varphi_g \mu_g$ y $\hat{\tau} = \varphi_g \tau_g$, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias:

$$[A] \frac{d\{a\}}{dt} + [B]\{a\} = \{F\} + \{G\} \quad (36)$$

donde A es conocida como la matriz de masa; B , la matriz de rigidez; F , un vector que contiene los valores de las recargas, y G , el vector de gastos en la frontera ($x = 0$ y $x = L$). Utilizando funciones de interpolación lineales se calcularon los coeficientes de estas matrices y vectores; el resultado obtenido es:

$$A_{ij} = \sum_{j=1}^n \int_0^L \hat{\mu}_g \bar{\varphi}_g \bar{\varphi}_i \bar{\varphi}_j dx = \delta_{ij} \sum_e \mu_j \frac{\Delta x}{2} \quad (37)$$

$$B_{ij} = \sum_{j=1}^n \int_0^L \tau_g \varphi_g \frac{d\varphi_i}{dx} \frac{d\varphi_j}{dx} dx = \sum_e (-1)^{i+j} \frac{\bar{\tau}}{\Delta x} \quad (38)$$

$$F_i = \int_0^L R_g \bar{\varphi}_g \bar{\varphi}_i dx = \sum_e R_i \frac{\Delta x}{2} \quad (39)$$

$$G_i = \hat{\tau} \frac{\partial \hat{H}}{\partial x} \varphi_i \Big|_0^L = -\gamma \frac{K_s}{L} H_i (H_i - D_o); \quad i = 1, \quad i = n \quad (40)$$

donde $\bar{\varphi}$ son funciones de base del sistema de masa concentrado (Neumann, 1973); δ_{ij} es la delta de Kronecker; $\bar{\tau}$ es la transmisibilidad en el elemento, tomada como el promedio aritmético de las transmisibilidades en los dos nodos del elemento (como consecuencia de la forma adoptada para las funciones de base), y Δx es el tamaño del elemento.

Para la aproximación de la derivada temporal en la ecuación 36 se utiliza el siguiente esquema:

$$\left(\frac{d\{a\}}{dt} \right)^{t+\omega\Delta t} = \frac{\{a\}^{t+\Delta t} - \{a\}^t}{\Delta t} \quad (41)$$

$$\{a\}^{t+\omega\Delta t} = \omega \{a\}^{t+\Delta t} + (1-\omega) \{a\}^t \quad (42)$$

donde Δt es el paso de tiempo y ω es un coeficiente de ponderación en el tiempo ($0 \leq \omega \leq 1$), tomado como $\omega = 1/2$ (esquema Crank-Nicholson). Sustituyendo las ecuaciones 41 y 42 en la ecuación 36, y aplicando el método de linealización de Picard se obtiene:

$$\left[\frac{A_{t+\omega\Delta t}^m}{\Delta t} + \omega B_{t+\omega\Delta t}^m \right] \{a\}_{t+\omega\Delta t}^{m+1} = \left[\frac{A_{t+\omega\Delta t}^m}{\Delta t} - (1-\omega)B_{t+\omega\Delta t}^m \right] \{a\}_t^m + \{F\}_{t+\omega\Delta t}^m + \{G\}_{t+\omega\Delta t}^m \quad (43)$$

donde m indica el número de iteración en el intervalo de tiempo. El sistema de ecuaciones algebraicas (43) es resuelto utilizando un método iterativo de gradiente conjugado preconditionado (Noor y Peters, 1987), que permite eliminar los errores de redondeo asociados con el procedimiento de sustitución regresiva requerido en métodos directos. La solución numérica de la ecuación de Boussinesq unidimensional (43) se codificó en el lenguaje de programación *Borland C++ 5.0*.

Para la aplicación de la solución de elemento finito de la ecuación de Boussinesq es necesario encontrar una relación entre los pasos de espacio (Δx) y de tiempo (Δt). La búsqueda se simplifica con la introducción de las siguientes variables adimensionales en la ecuación 5: $x_* = x/L$, $t_* = t/\tau$, $H_* = (H - H_i)/(H_s - H_i)$, $\mu_* = \mu/\nu_s$, $R_* = RL^2/[T_s(H_s - H_i)]$, en donde $T_s = K_s(H_s - H_i)$ y $\nu_s = W_s/(H_s - H_i)$. La ecuación 5 permanece invariante de escala si la escala de tiempo es definida por $\tau = \nu_s L^2/T_s$. Puesto que la ecuación es de tipo parabólico, la relación entre los pasos de espacio y de tiempo adimensionales se establece de la manera siguiente:

$$M = \frac{(\Delta x_*)^2}{\Delta t_*} = \left(\frac{\nu_s}{T_s} \right) \frac{(\Delta x)^2}{\Delta t} \quad (44)$$

El valor del parámetro M puede ser encontrado comparando la solución de elemento finito con soluciones analíticas.

Validación de la solución de elemento finito de la ecuación de Boussinesq

Para validar la solución numérica de la ecuación de Boussinesq, la solución de elemento finito se compara con la solución analítica proporcionada por las ecuaciones 26 y 30 en régimen transitorio, y con la solución proporcionada por la ecuación 25 en régimen permanente.

Régimen transitorio

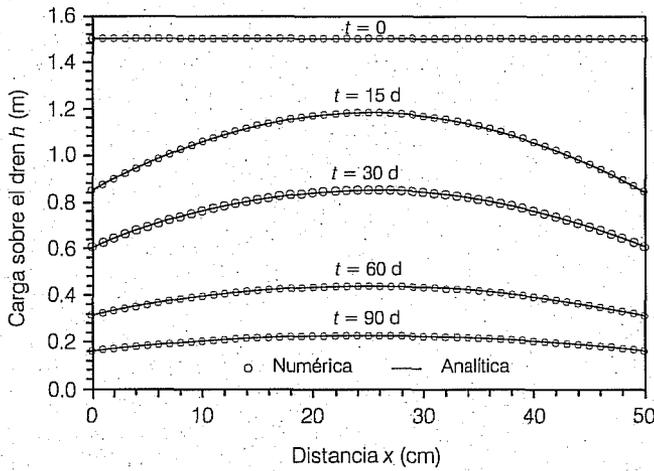
Se seleccionan las siguientes características y parámetros de un sistema de drenaje parcelario: a) características del sistema: $L = 50$ m, $P_d = 1.5$ m, $D_o = 3.5$ m, $H_i = 0$ m, $H_s = 5$ m; b) propiedades del suelo: $\theta_s = 0.5$ m³/m³, $\theta_r = 0.0$ m³/m³, $K_s = 0.557$ m/d, $\lambda_c = 0.45$ m, $\alpha = \beta = 0.95$; c) condición inicial: $h_s = P_d = 1.5$ m; d) condición de frontera: $\gamma = 1.5$. De las ecuaciones 31 y 32 se deducen, respectivamente: $\bar{\mu} = 0.1087$ m³/m³ y $\bar{T} = 2.5065$ m²/d ($\bar{h} = 1$ m). Los datos anteriores representan un sistema de drenaje instalado en el distrito de riego 076 Valle del Carrizo, Sinaloa, México (Fuentes et al., 1997; González et al., 1997).

El parámetro M de la ecuación 44 se obtiene de manera que con una discretización del dominio en N elementos de tamaño uniforme $\Delta x = L/N$ y seleccionado el valor de N , se busque el paso de tiempo que mejor permita reproducir la solución analítica. Para el ejemplo estudiado se ha seleccionado $N = 50,000$ ($\Delta x = 1$ cm) y encontrado el mejor paso de tiempo de $\Delta t = 1$ s. Con estos resultados se deduce $M \cong 0.1$. Se puede mostrar que en los tiempos grandes, el paso de tiempo puede ser incrementado sin inducir errores adicionales en la solución con la siguiente recomendación: el paso de tiempo se incrementa en 10% si el número de iteraciones en un nivel de tiempo es menor de cinco sin rebasar un paso de tiempo máximo de $\Delta t_{*m\acute{a}x} \cong 3 \times 10^{-4}$, con un criterio de convergencia $\max \|H_{*t+\Delta t}^{m+1} - H_{*t+\Delta t}^m\| \leq 1 \times 10^{-6}$. La comparación entre la solución analítica y la solución de elemento finito se presenta en la ilustración 2 para la evolución temporal de la superficie libre y de la lámina drenada; en ambos casos no existe diferencia significativa entre las soluciones. La ausencia de oscilaciones en los resultados de la solución de elemento finito justifica la selección de los pasos de espacio y de tiempo, así como el criterio adoptado para incrementar el intervalo de tiempo.

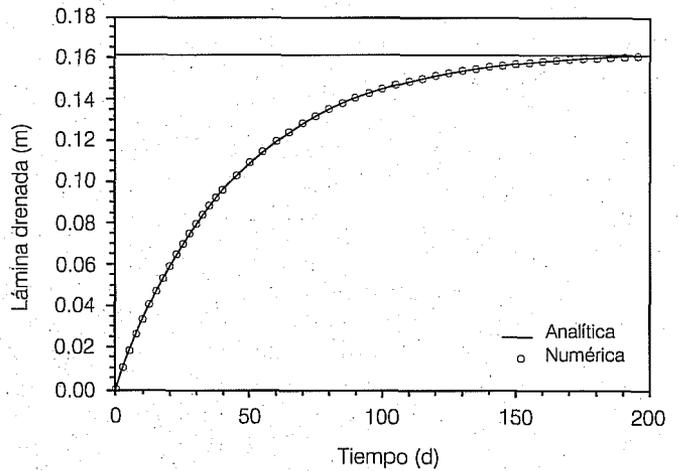
Régimen permanente

En la solución de elemento finito se introducen la transmisibilidad variable, la porosidad drenada, la condición inicial y las condiciones de fronteras definidas, respectivamente, por las ecuaciones 2, 17, 20, 21 y 22; los valores de los parámetros se toman iguales al del caso precedente. Para una recarga constante ($R=R_o$) el gasto drenado por unidad de longitud es dado por $Q_d = R_o L$. Las ecuaciones 23 y 25 permiten obtener la relación entre la carga sobre el dren (h_o) y la carga en el centro de la separación entre drenes (h_c), a saber:

Ilustración 2. Comparación entre la solución de elemento finito y la solución analítica: a) superficie libre, ecuación 26; b) lámina drenada, ecuación 30.



a) Superficie libre



b) Lámina drenada

$$h_o = \frac{\sqrt{(4+\gamma)^2 D_o^2 + 8(2+\gamma)h_c(h_c + 2D_o)} - (4+\gamma)D_o}{2(2+\gamma)} \quad (45)$$

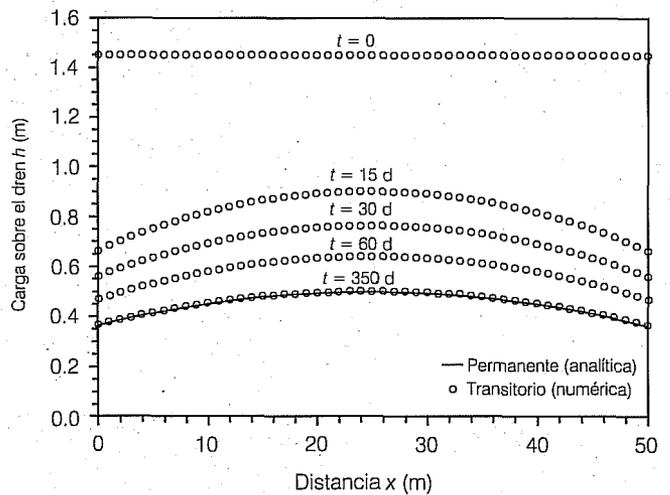
Se selecciona $h_c = 0.5$ m, que conduce a $h_o \cong 0.365$ m y $R_o \cong 0.944 \times 10^{-3}$ m/d. La solución de elemento finito en régimen transitorio tiende a la solución analítica en régimen permanente, definida por la ecuación 24, cuando $t \rightarrow \infty$, como se muestra en la ilustración 3.

La combinación de las ecuaciones 25 y 45 puede ser utilizada como una fórmula para calcular la separación entre drenes cuando la recarga es estimada de manera independiente. Se puede reemplazar D_o por la profundidad equivalente $D_e(D_o, L, r)$, donde r es el radio del dren (Van der Molen y Wesseling, 1991).

Aplicaciones

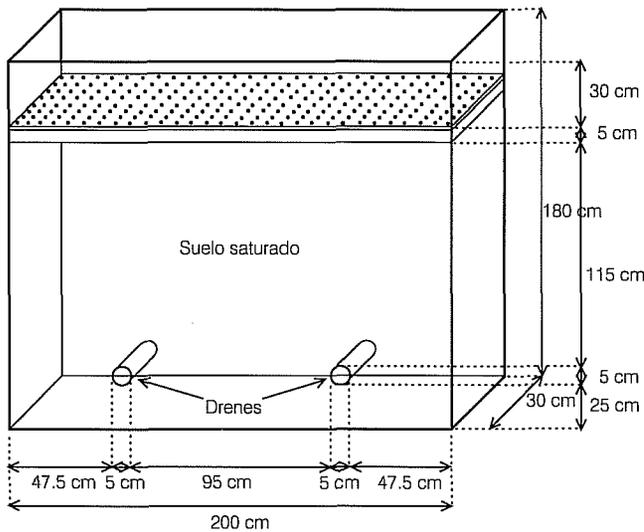
La evaluación de la capacidad de descripción del modelo propuesto de la porosidad drenada, definido por la ecuación 17, es realizada con datos obtenidos en una prueba de drenaje efectuada en laboratorio. Para hacer este experimento se construyó un módulo de drenaje de dimensiones $2.0 \times 1.8 \times 0.3$ m, con hojas de acrílico transparente (lucita) de 0.015 m de espesor. Cuenta con dos tubos ranurados de PVC (drenes) de 5.08 cm de diámetro y cubiertos con un filtro. La separación entre estos drenes es $L = 1$ m y están ubicados a una distancia de

Ilustración 3. La solución de elemento finito en régimen transitorio tiende a la solución analítica en régimen permanente cuando $t \rightarrow \infty$.



0.5 m de las paredes laterales, y a 0.275 m del fondo del mismo (ilustración 4). Para reforzar las paredes del módulo se construyó una estructura metálica con perfil tubular rectangular. Una muestra de suelo de textura arenosa (de la región de Tezoyuca, Morelos), previamente secado al aire y pasado por el tamiz de 2 mm, se colocó en el módulo de drenaje hasta una altura de 1.45 m a partir del fondo.

Ilustración 4. Módulo de drenaje y sus dimensiones.

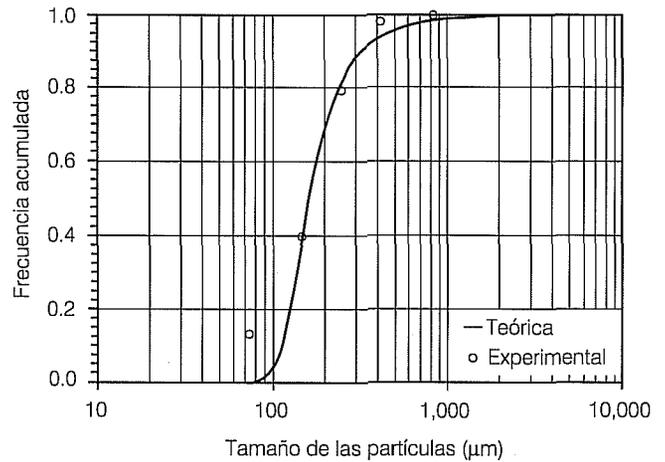


Los parámetros $\{\theta_s, \theta_r, \alpha, \lambda_c\}$ de la curva de retención, definida por la ecuación 15, así como la conductividad hidráulica a saturación (K_s) se estimaron a partir de una metodología basada en la curva granulométrica del suelo y una prueba de infiltración. La curva granulométrica se muestra en la ilustración 5.

La densidad de las partículas de este material es asumida como la densidad de sus partículas de cuarzo: $\rho_s = 2.65 \text{ g/cm}^3$. La densidad volumétrica del suelo seco (o densidad aparente) en estas condiciones de alteración es de $\rho_t = 1.221 \text{ g/cm}^3$. La porosidad volumétrica total del suelo (ϕ) se calcula con la fórmula clásica $\phi = 1 - \rho_t/\rho_s$; a saber: $\phi = 0.539 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$. El suelo fue saturado, previa colocación de una placa de lucita perforada a 5 cm sobre la superficie para prevenir efectos de erosión y manteniendo cerrados los drenes, con la aplicación de un volumen de $V_w = 435,128 \text{ cm}^3$ de agua en un volumen de suelo de $V_t = 870,000 \text{ cm}^3$; es decir, un contenido volumétrico de $V_w/V_t \cong 0.5 \text{ cm}^3/\text{cm}^3$, al cual se debe agregar el contenido de humedad inicial. El contenido de humedad a saturación es tomado igual a la porosidad total ($\theta_s = \phi$). La superficie del suelo se cubrió con plástico para eliminar la evaporación ($R = 0$).

De acuerdo con un análisis presentado por Fuentes (1992), la curva de retención de humedad puede ser estimada a partir de la curva granulométrica. Por una parte, la relación entre el tamaño de partícula (D) y el radio de poro o de curvatura (R), definido por la relación de Laplace, $\psi = -2\sigma/\rho_w g R$, es una función potencia $R \propto D^{1+\delta}$, en la cual $\delta = (2s - 1)/(2(1-s))$, donde el parámetro s es

Ilustración 5. Curva granulométrica de la arena de Tezoyuca. La curva es ajustada con la ecuación 46 y parámetros $\alpha \cong 0.9$ y $D_c \cong 274.5 \times 10^{-6} \text{ m}$.



una función implícita de la porosidad $(1-\phi)^s + \phi^{2s} = 1$. Por otra parte, el grado de saturación ($S = \theta/\theta_s$) y la frecuencia acumulada de las partículas son iguales, $S(R) = F(D)$. La expresión para describir la curva granulométrica se deduce de la ecuación 15 y las proporciones $\psi/\psi_c = R_c/R = (D_c/D)^{1+\delta}$ y $F_r = \theta_r/\theta_s$, a saber:

$$F(D) = F_r + \frac{1 - F_r}{\alpha + (1 - \alpha) \exp\left[\left(\frac{D_c}{D}\right)^{1+\delta}\right]} \quad (46)$$

En la identificación de los parámetros de la ecuación 46, a partir de la curva granulométrica de la arena de Tezoyuca, se asume que $F_r = 0$ (es decir, $\theta_r = 0$). Con el valor de su porosidad se deduce $s = 0.7026$, de donde $\delta = 0.6814$. Con el criterio de los mínimos cuadrados se obtiene $\alpha \cong 0.9$ y $D_c \cong 274.5 \times 10^{-6} \text{ m}$ (ilustración 5).

Los parámetros restantes de las características hidrodinámicas de Fujita y Parlange (λ_c y K_s) son obtenidos a partir de una prueba de infiltración unidimensional vertical. Una columna de acrílico transparente de longitud $L_c = 0.75 \text{ m}$ y diámetro $d = 0.15 \text{ m}$ fue rellena con la arena de Tezoyuca a una densidad aparente similar a la del módulo de drenaje. La prueba de infiltración se hizo con una carga de agua sobre la superficie del suelo de $h_{\text{sup}} = 0.0435 \text{ m}$ y un flujo nulo en su base; el contenido de humedad inicial constante en la columna fue de $\theta_0 = 0.02 \text{ m}^3/\text{m}^3$. La lámina infiltrada acumulada medida

en el transcurso del tiempo $l(t)$ es reproducida con la solución numérica de la ecuación de Richards (1931) presentada por Zavala *et al.* (1998). Los valores $\lambda_c = 0.175$ m y $K_s = 4.392$ m/d, y minimizan la suma de los cuadrados de los errores entre la lámina medida y la lámina calculada a partir de la ecuación de Richards con $R^2 = 0.9926$ (ilustración 6).

Con los valores de los parámetros obtenidos precedentemente se puede calcular, con la ecuación 16, la lámina drenada por cada dren del módulo de drenaje en los tiempos muy largos: $l_\infty = l(H_d)$. El resultado numérico es $l_\infty \cong 0.3933$ m; sin embargo, la lámina drenada observada es $l_\infty \cong 0.2393$ m. Este valor puede ser obtenido con una actualización del parámetro λ_c de la curva de retención: λ_c (drenaje) = 0.311 m, el cual discrepa del valor obtenido a través de la prueba de infiltración λ_c (inf) = 0.175 m. Esta discrepancia se debe al fenómeno de histéresis capilar, cuya manifestación es más acentuada en la característica de humedad que en la curva de conductividad hidráulica. Para el análisis de la lámina drenada, por cada dren del módulo se retienen los valores: $\lambda_c = 0.311$ m y $K_s = 4.392$ m/d.

La aplicación de la solución de elemento finito de la ecuación de Boussinesq, considerando la transmisibilidad de la ecuación 2, la porosidad drenada de la ecuación 17, la condición inicial de la ecuación 20, las condiciones de frontera de las ecuaciones 21 y 22, y una recarga nula ($R = 0$), a la descripción del drenaje del módulo, requiere del conocimiento del coeficiente de conductancia adimensional (γ) que interviene en las condiciones de fron-

tera. La conductancia es estimada con la minimización de la suma de los cuadrados del error entre la lámina drenada experimental y la lámina drenada, calculada con la solución de elemento finito de la ecuación de Boussinesq. El valor obtenido es $\gamma \cong 0.6$ con $R^2 = 0.9872$ (ilustración 7). El buen acuerdo entre la lámina drenada medida y la calculada indica que la porosidad drenada descrita por la ecuación 17 puede ser utilizada en el estudio de la dinámica del agua en un sistema de drenaje agrícola subterráneo.

Ilustración 6. Descripción de la lámina infiltrada experimental con la ecuación de Richards y las características hidrodinámicas de Fujita y Parlange. Valores de los parámetros: $\alpha = \beta \cong 0.9$, $\lambda_c = 0.175$ m y $K_s = 4.392$ m/d; $R^2 = 0.9926$.

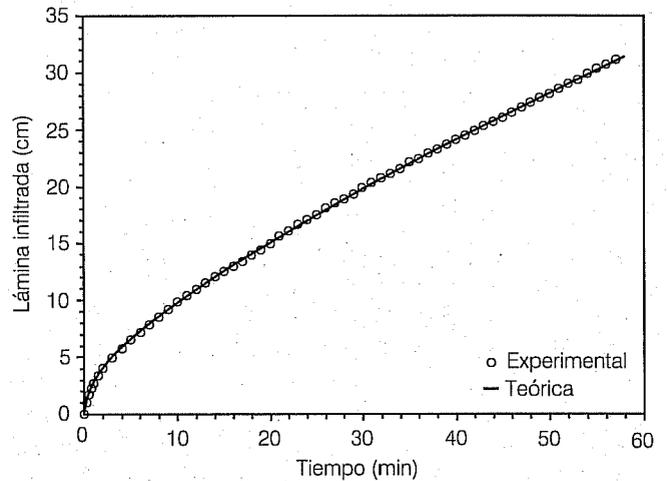
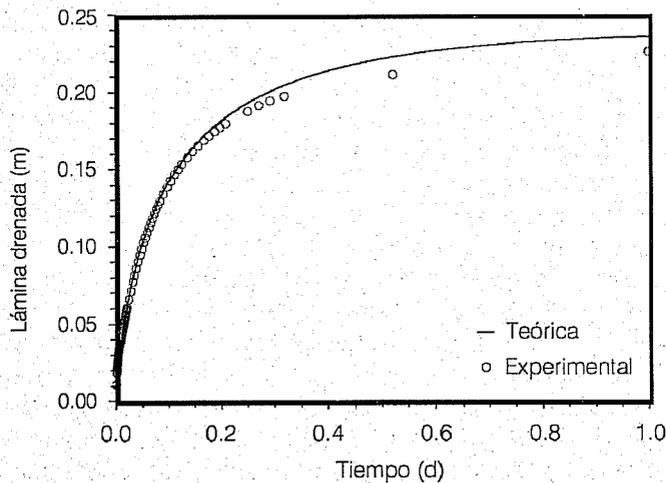
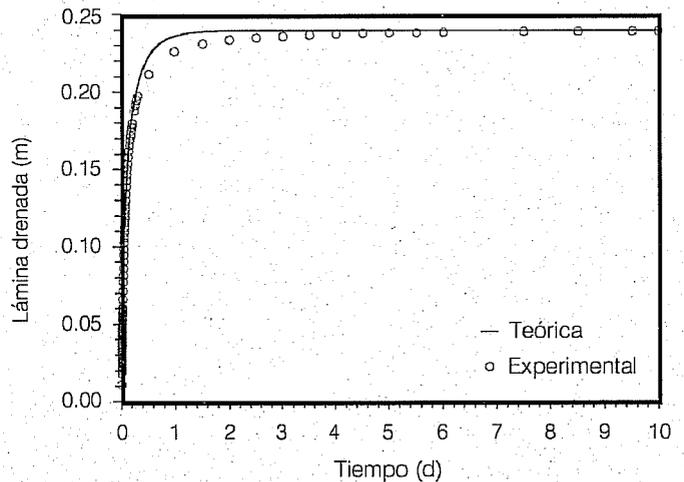


Ilustración 7. Evolución de la lámina experimental y la lámina calculada con la solución de elemento finito con la transmisibilidad y la porosidad drenada definidas, respectivamente, por las ecuaciones 2 y 17, en el módulo de drenaje con la arena de Tezoyuca: $R^2 = 0.9872$.



a) Un día



b) Diez días

Conclusiones

Los conceptos de lámina drenada y lámina drenable han permitido plantear las definiciones precisas de capacidad de almacenamiento (o porosidad drenada) y la porosidad drenable. La consideración de las zonas no saturada y saturada del suelo ha conducido a una relación entre la capacidad de almacenamiento y la carga hidráulica, la cual requiere del conocimiento de la curva de retención del suelo. Con la curva de retención que resulta de las características hidrodinámicas de Fujita y Parlange se ha deducido una fórmula particular flexible para la capacidad de almacenamiento. Los parámetros de la fórmula correspondientes a un suelo de textura arenosa han sido estimados a partir de su curva granulométrica, porosidad total, de pruebas de infiltración y drenaje verticales.

La capacidad de descripción de la fórmula de la capacidad de almacenamiento es evaluada a fin de reproducir la evolución de la lámina drenada observada en un sistema de drenaje en laboratorio con una solución de elemento finito de la ecuación de Boussinesq unidimensional. La solución numérica fue previamente validada, comparando sus resultados con aquellos proporcionados por soluciones analíticas de la ecuación de Boussinesq, sujeta a una condición de radiación en las fronteras. El buen acuerdo entre la evolución de la lámina drenada observada y la evolución de la lámina drenada calculada con la solución numérica permite concluir que la fórmula de la capacidad de almacenamiento propuesta puede ser utilizada para estudiar la dinámica del agua en un sistema de drenaje subterráneo.

La consideración en régimen permanente de una carga diferente de cero sobre el dren, así como de la condición de radiación, ha permitido proponer una nueva fórmula para calcular la separación entre drenes cuando la recarga es estimada de manera independiente.

Recibido: 22/01/2002

Aprobado: 04/09/2002

Referencias

BHATTACHARYA, A. y BROUGHTON, R. Variable drainable porosity in drainage design. *Journal of the irrigation and drainage division*. ASAE. Vol. 105, núm. 1, 1979, pp. 71-85.
BOUWER, H. Rapid field measurement of air entry value and hydraulic conductivity of soil as significant parameters in flow system analysis. *Water resources research*. 36, 1964, pp. 411-424.

DE ZEEUW, J.W. y HELLINGA, F. Neerslag en afvoer. *Landbouwkundig tijdschrift*. Vol. 70, 1958, pp. 405-422.
DUMM, L.D. Drain spacing formula. *Agricultural engineering*. Vol. 35, 1954, pp. 726-730.
ERNST, L.F. A new formula for the calculation of the permeability factor with the auger hole method. *T.N.O. Groningen*. 1950.
Bouwer, H. (traducción). Ithaca, New York: Cornell Univ. 1955.
FIPPS, G. y SKAGGS, R.W. Drains as a boundary condition in finite elements. *Water resources research*. Vol. 22, núm. 11, 1986, pp. 1613-1621.
FUENTES, C., HAVERKAMP, R. y PARLANGE, J.-Y. Parameter constraints on closed-form soil-water relationships. *Journal of hydrology*. Vol. 134, 1992, pp. 117-142.
FUENTES, C. *Approche fractale des transferts hydriques dans les sols non-saturés*. Tesis de doctorado. Grenoble, Francia: Université Joseph Fourier, 1992, 267 pp.
FUENTES, C., NAMUCHE, R., RENDÓN, L., PATRÓN, R., PALACIOS, O., BRAMBILA, F. y GONZÁLEZ, A. *Solución de la ecuación de Boussinesq del régimen transitorio en el drenaje agrícola bajo condiciones de radiación: el caso del Valle del Carrizo, Sinaloa*. Hermosillo, México: VII Congreso Nacional de Irrigación, 1997, pp. 3-141 a 3-145.
FUJITA, H. The exact pattern of a concentration-dependent diffusion in a semi-infinite medium, part II. *Textil research journal*. Vol. 22, 1952, pp. 823-827.
GARCÍA, L.A., MANGUERRA, H.B. y GATES, T.K. Irrigation and drainage design and management model: I. Development. *ASCE Journal of irrigation and drainage engineering*. Vol. 121, núm. 1, 1995, pp. 71-82.
GARDNER, W.R. Some steady-state solutions of the unsaturated moisture flow equation with application to evaporation from a water table. *Soil sci*. Vol. 85, 1958, pp. 228-232.
GONZÁLEZ, A., FUENTES, C., RENDÓN, L., PATRÓN, R., SAUCEDO, H., BRAMBILA, F., NAMUCHE, R. y MERCADO, R. Sobre la ecuación de Richards y la ecuación de Boussinesq de los acuíferos libres. *Memorias del VII Congreso Nacional de Irrigación*. Hermosillo, Sonora, México, 1997, pp. 141-145.
GUPTA, R. *Subsurface drainage with variable drainable porosity*. M. Sc. Thesis. New Delhi, India: IARI, 1991, 216 pp.
GUPTA, R., BHATTACHARYA, A. y CHANDRA, P. Unsteady drainage with variable drainage porosity. *Journal of irrigation and drainage engineering*. Vol. 120, núm. 4, 1994, pp. 703-715.
MANGUERRA, H.B. y GARCÍA, L.A. Irrigation and drainage design and management model: II. Validation and application. *ASCE Journal of irrigation and drainage engineering*. Vol. 121, núm. 1, 1995, pp. 83-94.
NEUMANN, S.P. Saturated-unsaturated seepage by finite elements. *Journal of the hydraulics division*. ASCE. HY12, Pap. 10201. 1973, pp. 2233-2250.

- NOOR, K.A. y PETERS, J.M. Preconditioned conjugate gradient technique for the analysis of symmetric structures. *International journal of numerical methods in engineering*. Vol. 24, 1987, pp. 2057-2070.
- HOOGHOUDT, S.B. *Algemeene beschouwing van het probleem van de detailontwatering en de infiltratie door middel van parallel loopende drains, greppels, slooten, en kanalen*. Versl. Landbouwk. Onderz. Vol. 46, núm. 14, B. Algemeene Landsdrukkerij, 's-Gravenhage, 1940, 193 pp.
- PANDEY, R.A., BHATTACHARYA, O. SINGH y GUPTA, S. Drawdown solution with variable drainable porosity. *Journal of irrigation and drainage engineering*. Vol. 18, núm. 3, 1992, pp. 382-396.
- PARLANGE, J.-Y., BRADDOCK, R.D., LISLEY, I. y SMITH, R.E. Three parameter infiltration equation. *Soil sci*. Vol. 11, 1982, pp. 170-174.
- RICHARDS, L.A. Capillary conduction of liquids through porous mediums. *Physics 1*. 1931, pp. 318-333.
- SAUCEDO, H., FUENTES, C., ZAVALA, M. y VAUCLIN, M. Una solución de elemento finito para la transferencia de agua en un sistema de drenaje agrícola subterráneo. *Ingeniería hidráulica en México*. Vol. 17, núm. 1, 2002, pp. 5-17.
- SKAGGS, R. y TANG, Y. Saturated and unsaturated flow to parallel drains. *Journal of irrigation and drainage division*. ASCE. Vol. 102, 1976, pp. 221-238.
- VAN DER MOLEN, W.H. y WESSELING, J. A solution in closed form and a series solution to replace the tables for the thickness of the equivalent layer in Hooghoudt's drain spacing formula. *Agricultural water management*. Vol. 19, 1991, pp. 1-16.
- ZARADNY, H. y FEDDES, R.A. Calculation of non-steady flow towards a drain in saturated-unsaturated soil by finite elements. *Agricultural water management*. Vol. 2, 1979, pp. 37-53.
- ZAVALA, M., FUENTES, C. y SAUCEDO, H. *Extracción unidimensional de agua por las raíces de las plantas*. Torreón, México: VIII Congreso Nacional de Irrigación. Simposio 3. 1998, pp. 31-35.

Abstract

FRAGOZA, F., FUENTES, C., ZAVALA, M., ZATARÁIN, F., SAUCEDO, H. & MEJÍA, E. Subsurface agricultural drainage system with variable storage capacity. Hydraulic Engineering in Mexico (in Spanish). July-September, 2003, vol. 18, no. 3, pp. 81-93.

By considering the unsaturated and saturated zones of the soil, we deduced a relationship between storage capacity and hydraulic head, which requires knowing the retention curve of the soil. We deduced a formula relating storage capacity to hydraulic head from Fujita and Parlange's soil-water characteristics. The parameters of the storage capacity formula for a sand texture soil are estimated from a granulometric curve, total porosity, and infiltration and drainage tests. The descriptive flexibility of the storage capacity formula is evaluated by reproducing the drained depth measured in a laboratory drainage system with a finite element solution of Boussinesq's one-dimensional equation. Previously, the finite element solution was validated by comparison with analytic solutions obtained from Boussinesq's equation subject to a boundary radiation condition. The good agreement between the experimental drained depth and the theoretical drained depth calculated with Boussinesq's equation allows to conclude that the proposed storage capacity formula could be used in water dynamics studies in a subsurface drainage system. A new drain-spacing formula for a stationary regime is proposed based both on a hydraulic head different from zero on the drain and on a boundary radiation condition at the drain when the recharge is estimated independently.

Keywords: drainable porosity, drained porosity, drainable depth, drained depth, radiation condition, Fujita and Parlange's hydrodynamic characteristics.

Dirección institucional de los autores:

Fernando Fragoza
Carlos Fuentes
Manuel Zavala
Felipe Zataráin
Heber Saucedo

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua.
Paseo Cuauhnáhuac 8532,
Progreso, Jiutepec, Morelos, México,
CP 62550,
teléfono: +(52) (777) 329 3659,
ffragoza@tlaloc.imta.mx,
cfuentes@tlaloc.imta.mx.

Enrique Mejía

Especialidad de Posgrado en Hidrociencias,
IRENAT, Colegio de Postgraduados en Ciencias Agrícolas,
km 36.5 Carretera México, Texcoco, Montecillo,
Texcoco, Estado de México,
CP 56230,
teléfono: (595) 95 202 00,
mejiasae@colpos.colpos.mx.