

Artículo publicado en el Repositorio Institucional del IMTA

<i>Título</i>	Implementación en tiempo real de un control LQG en un prototipo de canal abierto de riego de varios tramos.
<i>Autor / Adscripción</i>	<p>Ofelia Begovich Mendoza Centro de investigación y de Estudios Avanzados del IPN (Cinvestav), Unidad Guadalajara</p> <p>Víctor Manuel Ruiz Carmona Instituto Mexicano de Tecnología del Agua</p> <p>Juan Carlos Zapién Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN (Cinvestav), Unidad Guadalajara</p>
<i>Publicación</i>	Ingeniería Hidráulica en México, 19(2): 5-15
<i>Fecha de publicación</i>	2004
<i>Resumen</i>	<p>La principal contribución de este artículo es la implementación y evaluación en tiempo real de un controlador óptimo LQG, para regular; ante variaciones en el gasto que entra al canal, los niveles aguas arriba de las compuertas en un prototipo de canal abierto de riego de cuatro tramos, usando para ello un control aguas arriba. Los resultados obtenidos muestran que la teoría de control es una herramienta útil para mejorar el manejo del agua en los canales. El modelo con el que se diseña el controlador es un modelo entrada-salida, el cual se obtiene a partir del comportamiento dinámico de los tirantes alrededor de su punto de operación.</p>
<i>Identificador</i>	http://hdl.handle.net/123456789/728

Implementación en tiempo real de un control LQG en un prototipo de canal abierto de riego de varios tramos

Ofelia Begovich-Mendoza

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN (Cinvestav), Unidad Guadalajara

Víctor Manuel Ruiz-Carmona

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua

Juan Carlos Zapién

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN (Cinvestav), Unidad Guadalajara

La principal contribución de este artículo es la implementación y evaluación en tiempo real de un controlador óptimo LQG, para regular, ante variaciones en el gasto que entra al canal, los niveles aguas arriba de las compuertas en un prototipo de canal abierto de riego de cuatro tramos, usando para ello un control aguas arriba. Los excelentes resultados obtenidos muestran que la teoría de control es una herramienta útil para mejorar el manejo del agua en los canales. El modelo con el que se diseña el controlador es un modelo entrada-salida, el cual se obtiene a partir del comportamiento dinámico de los tirantes alrededor de su punto de operación.

Palabras clave: sistemas de distribución de agua, canales abiertos, control de canales de riego, control óptimo LQG, agua, riego.

Introducción

La correcta administración, distribución y uso del agua es un problema prioritario en el mundo debido a su impacto económico, social y ambiental. En particular, la eficiencia del uso del agua en la agricultura en muchos países alcanza, en promedio, apenas un 30%, cuando la distribución del agua se hace en forma manual mediante estructuras de control de tipo orificio. Lo anterior pone de manifiesto la necesidad de tomar medidas a corto plazo para mejorar el manejo del agua en todos los niveles, desde la presa hasta la parcela, pasando por las redes de canales y tuberías de conducción y distribución.

Hoy día, la alternativa más prometedora para mejorar la eficiencia de conducción y operación en los canales de riego es el uso de sistemas electrónicos de medición y operación. Los sistemas electrónicos de operación se

basan en la teoría de control, razón por la cual es conveniente estar al día en las nuevas alternativas que ésta ofrece, así como conocer los requerimientos para la implementación de los algoritmos de control automático.

El impacto que la teoría de control automático ha tenido en muchas áreas de las ciencias, mejorando el desempeño y confiabilidad de los procesos (aeronáutica, procesos biológicos, generación de electricidad, transportes, tratamiento de agua residual, etcétera), ha motivado a muchos investigadores en todo el mundo a diseñar sistemas automáticos de control para mejorar el manejo de los sistemas de distribución de agua.

La presente investigación está relacionada con la aplicación de control automático en canales abiertos, los cuales son en México los sistemas de conducción y distribución más usados en la agricultura (ver ilustraciones 1 y 2). La automatización de estos sistemas no es simple,

ya que la dinámica del agua en ellos está modelada por ecuaciones diferenciales parciales no lineales hiperbólicas (denominadas ecuaciones de Saint Venant) y son sistemas con muchas salidas a regular (niveles) y entradas a ajustar (estructuras de control), i.e. son sistemas multivariables. Por otro lado, el comportamiento dinámico del canal está caracterizado por la presencia de retardos, largos periodos de tiempo que transcurren entre la aplicación de un cambio en una estructura de control (entrada) y el momento en que el efecto de este cambio se observa en los niveles a lo largo del canal (salidas). Los canales también están sujetos a perturbaciones, las cuales están en función de las necesidades de agua en los cultivos y de las condiciones climáticas.

Para utilizar los actuales esquemas de control propuestos en la teoría de control, primero deben resolverse dos problemas: encontrar un modelo con el cual se pueda diseñar un controlador físicamente realizable y posteriormente diseñar el controlador que satisfaga las especificaciones requeridas. La solución a estos dos problemas ha sido abordada ampliamente en la literatura especializada, desafortunadamente muchos de los trabajos publicados únicamente presentan resultados obtenidos en simulación y hasta la fecha la

implementación de controles automáticos en tiempo real es escasa.

Entre algunos de los principales artículos de automatización de canales abiertos estudiados en simulación pueden citarse: en Balogun *et al.* (1988), se utiliza un modelo de dimensión finita que se obtiene a partir de la discretización explícita de las ecuaciones de Saint Venant; posteriormente, usando este modelo, se diseña un control óptimo LQG (*Linear Quadratic Gaussian*). En Begovich y Ruiz (1999) se diseña un control LQG para un canal de tres tramos; para este diseño se considera un modelo del tipo entrada-salida que se obtiene usando técnicas de identificación. Existen también trabajos que utilizan el modelo de dimensión infinita (ecuaciones de Saint Venant) para diseñar un controlador no lineal, entre ellos podemos citar los de Chen y Georges (2001), y Coron *et al.* (1999); sin embargo, en sistemas reales, la implementación de estos controladores resulta muy difícil debido a su complejidad. En Dulhoste *et al.* (2001) se presenta un modelo de dimensión finita no lineal obtenido mediante la discretización de las ecuaciones diferenciales parciales. Dicha discretización se realiza por medio de una técnica de residuos ponderados denominada método de colocación; una vez obtenido dicho modelo, se diseña un control no lineal basado en linealización dinámica entrada-salida para la regulación del nivel en el canal. Finalmente, en Malaterre *et al.* (1998) se puede encontrar una muy buena reseña de los algoritmos usados en el control de canales abiertos. Schuurmans *et al.* (1995) proponen otros modelos del tipo función de transferencia usados en el control de canales. Los modelos elegidos en este trabajo son dos funciones de transferencia: una para la parte del tramo del canal donde se presenta tirante normal y otro para la parte con remanso. La ventaja de este tipo de modelos es que sus parámetros dependen de datos hidráulicos que se pueden determinar fácilmente, como el retardo y la superficie del espejo del agua en la parte del remanso. Su principal desventaja es que sólo son aplicables para un determinado rango de flujo.

Cada uno de los trabajos antes citados presenta ventajas y desventajas, por lo cual aún no se dispone de una técnica que pueda ser universalmente aplicada en el control de canales de riego, de ahí la importancia de continuar realizando estudios hasta encontrar una metodología que brinde el máximo de ventajas y que permita una implementación sencilla de ella en tiempo real.

Cabe señalar que los modelos más usados para la síntesis de sistemas de control en canales de riego son los del tipo función de transferencia y variables de estados, según el controlador a diseñar, ya que han mostrado buena capacidad para reproducir el comportamiento dinámico presente desde el actuador hasta el sensor.

Ilustración 1. Distrito de riego.

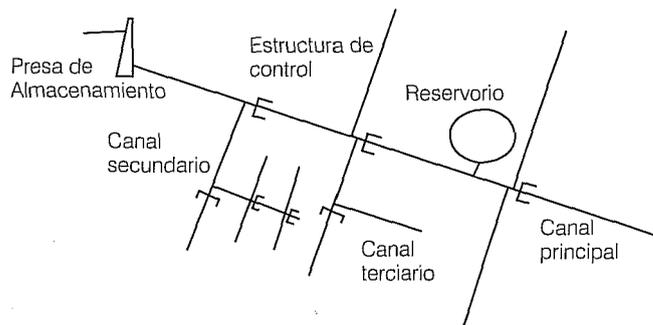
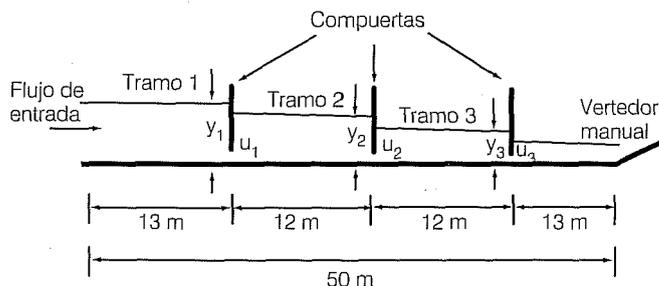


Ilustración 2. Diagrama esquemático del prototipo de laboratorio utilizado.



Como se mencionó anteriormente, los trabajos que muestran el desempeño de sistemas de control aplicados a canales en tiempo real son escasos, lo cual se debe a que no es fácil tener acceso a un canal real para realizar experimentación y muy pocos canales operan en forma automática. Las implementaciones realizadas en campo se han enfocado sobre todo a automatizar algunas tareas realizadas por las estructuras de control, como es el caso del sistema de control instalado en el Distrito de Riego de Imperial en Estados Unidos de América. En Francia existen algunos ejemplos de control de canales en tiempo real, como es el caso del canal de Provence (Rogers *et al.*, 1987), donde el objetivo es regular el volumen de agua en cada tramo del canal (cuando el volumen es regulado, se necesita contar con estaciones de bombeo en las tomas laterales para surtir agua a los usuarios; mientras que cuando se regula el nivel, el agua es impulsada en las tomas laterales por la acción de la gravedad). En Estados Unidos existen algunos trabajos sobre el acueducto de California y el Proyecto de Arizona Central (Rogers y Goussard, 1998). En México, se tienen varios experimentos sobre canales de laboratorio (Ruiz *et al.*, 2002).

En particular, en este artículo se describe el diseño de un controlador óptimo LQG para regular, en tiempo real, los niveles aguas arriba de las compuertas en un prototipo de canal abierto de riego de cuatro tramos, usando para ello un control aguas arriba aplicado a las tres estructuras de control colocadas a lo largo del canal (ver ilustración 2). Este prototipo se encuentra instalado en el laboratorio de hidráulica Enzo Levi del Instituto Mexicano de Tecnología del Agua (IMTA), ubicado en Jiutepec, Morelos, México. El controlador LQG fue elegido para desarrollar el presente estudio debido a que es un controlador que ha mostrado tener buen desempeño en trabajos realizados en simulación en canales abiertos de riego (por ejemplo, ver Balogun *et al.*, 1988, y Begovich y Ruiz, 1999); además, es un controlador bastante simple de diseñar, que puede brindar buena robustez cuando sus parámetros de síntesis son elegidos de manera correcta (Anderson y Moore, 1990). El modelo usado para el diseño del controlador se obtiene a partir de la identificación de funciones de transferencia que aproximan el comportamiento dinámico presente entre el cambio en el nivel aguas arriba de la compuerta y el cambio en la posición de las compuertas respecto a un punto de operación. A partir de este modelo, que en este caso es una matriz de transferencia de 3x3 por tratarse de un sistema de tres entradas y tres salidas, se obtiene un modelo en variables de estado, el cual forma el diseño del regulador LQG. En las siguientes secciones se darán más detalles de estos puntos.

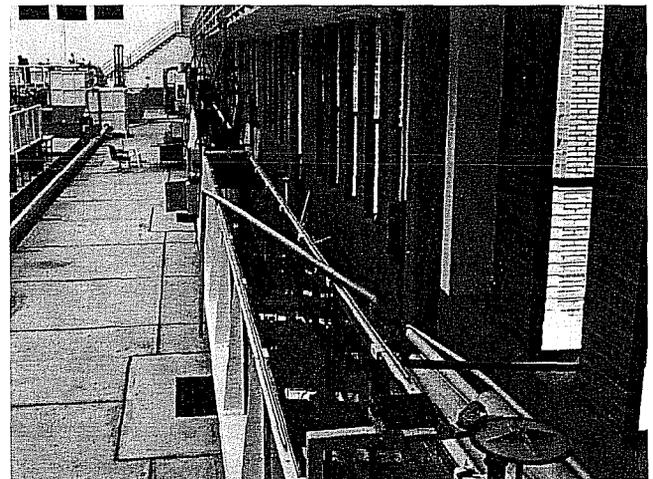
Como se mostrará más adelante, a pesar de la simplicidad del modelo usado en la síntesis del control para el canal en estudio, el desempeño obtenido en lazo cerrado tanto en simulación como en tiempo real es satisfactorio. La principal aportación del trabajo consiste en la implementación y evaluación en tiempo real de un control bastante simple, el cual proporciona regulación satisfactoria de los niveles y acciones de control que satisfacen las condiciones de operación deseadas.

Descripción del prototipo

El canal en el cual se evaluó el esquema de control es rectangular, con pendiente cero (60 cm de base, 40 m de longitud y 1 m de altura) y está dividido en cuatro tramos por medio de tres compuertas deslizantes (estructuras de control) (ver ilustraciones 2 y 3). El flujo de entrada se ajusta mediante una servo-válvula. El cuarto tramo descarga en un vertedor operado manualmente. Cada compuerta está equipada con un actuador lineal, un potenciómetro que detecta su posición, dos sensores de presión para medir los niveles aguas arriba y aguas abajo de la compuerta, y dos interruptores límite que evitan que la compuerta se mueva más allá de los límites superior e inferior permitidos.

El actuador lineal consta de un motor de corriente directa de 12 volts, el cual es accionado mediante un gabinete de control, donde se puede seleccionar entre operación manual o por UTR (unidad terminal remota). Dentro de este gabinete se encuentra un conjunto de relevadores electromagnéticos que son accionados por las salidas digitales de la UTR, ellos especifican la dirección de giro del motor. Las señales provenientes de

Ilustración 3. Prototipo de canal empleado.



los sensores de presión y potenciómetros de posición de la compuerta están conectadas a las entradas analógicas de la UTR. La UTR utilizada es un PLC MODICOM PLC E984-245, para las compuertas 2 y 3, y el SCADPack de Control Microsystems, en la compuerta 1. Se usa una computadora personal Pentium II como estación maestra donde se configuró una interfase hombre-máquina, usando el programa Lookout de National Instruments Inc. La estación maestra se comunica mediante radio al SCADAPack, usando el protocolo MODBUS y mediante cable a los PLC con el protocolo MODBUS+. Cada compuerta realiza las tareas encomendadas en función del programa instalado en la UTR y las instrucciones recibidas de la estación maestra.

Modelo hidráulico: ecuaciones de Saint Venant

La dinámica del flujo en un canal abierto se describe por un conjunto de ecuaciones diferenciales parciales hiperbólicas no lineales, llamadas ecuaciones de Saint Venant (Cunge *et al.*, 1994):

Ecuación de continuidad

$$T \frac{\partial Z}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \quad (1)$$

Ecuación de momento

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(Q^2/A)}{\partial x} + gA \left(\frac{\partial Z}{\partial x} \right) + gA(S_i - S_o) = 0 \quad (2)$$

donde:

- Q gasto ($L^3\tau^{-1}$).
- τ unidad de tiempo.
- L unidad de longitud.
- T ancho de la superficie libre de agua (L).
- Z cota de la superficie libre (L).
- q gasto lateral por unidad de longitud ($L^{-2}\tau^{-1}$).
- x distancia a lo largo del canal (L).
- t tiempo (τ).
- g aceleración de la gravedad ($L\tau^{-2}$).
- S_i pendiente de la línea de energía (LL^{-1}).
- S_o pendiente del canal (LL^{-1}).
- A área hidráulica (L^2).

Este modelo se usa principalmente para simular el comportamiento del flujo de agua en un canal, ya que debido a su complejidad se usa poco para diseñar controladores (de ahí la necesidad de encontrar un

modelo más simple que aproxime la dinámica del flujo para poder diseñar los controladores propuestos por la teoría de control actual).

El flujo a través de una compuerta está regido por la ecuación siguiente:

$$Q = C_d B a \sqrt{y_u - y_d}$$

donde:

- Q gasto ($L^3\tau^{-1}$).
- C_d coeficiente de descarga ($L^{1/2}\tau^{-1}$).
- B ancho de la compuerta (L).
- a apertura de la compuerta (L).
- y_u tirante aguas arriba de la compuerta (L).
- y_d tirante aguas abajo de la compuerta (L).

Modelo lineal

Para obtener un modelo lineal con el cual se pueda diseñar el controlador, se procede a realizar una identificación entrada-salida. En este caso, las entradas al modelo o variables de control (*i.e.* las variables que permiten modificar el comportamiento del canal) son las variaciones en la posición de las compuertas aguas abajo de cada tramo respecto al punto de operación. Serán denotadas como u_i ($i = 1, 2, 3$), donde i es el i -tramo. Las salidas del modelo son las variaciones en los tirantes aguas arriba de las compuertas respecto al punto de operación (PO). Serán denotadas como y_i ($i = 1, 2, 3$); en estos puntos existen sensores para medir su valor. A partir del comportamiento que presentan los niveles aguas arriba de las compuertas (al variar, una a la vez, la posición de éstas respecto al punto de operación) se observa qué funciones de transferencia de primero y segundo orden aproximan el comportamiento dinámico de los tres niveles. Estas funciones de transferencia se agrupan en una matriz de transferencia de 3x3 (modelo lineal entrada-salida multivariable) para representar el comportamiento entre las tres entradas y las tres salidas del canal en estudio. Los puntos de operación elegidos, ante un gasto de entrada constante de 80 l/s, son los siguientes: para el primer tramo ($y_1=70$ cm, $u_1=20$ cm); para el segundo ($y_2=63$ cm, $u_2=20$ cm); para el tercero ($y_3=55$ cm, $u_3=20$ cm).

El procedimiento para deducir el modelo lineal que se usará para diseñar el controlador propuesto consta de los pasos siguientes:

Respuestas dinámicas de las salidas

En esta etapa, las variaciones en los niveles del agua y_i ($i = 1, 2, 3$) respecto al punto de operación se registran

cuando se aplica un decremento de tipo escalón en la posición de cada compuerta u_i . Para este propósito se considera un escalón del 25% de la apertura de la compuerta en el PO. El valor propuesto para el cambio en la apertura es representativo de una perturbación importante que pudiera presentarse en el canal sin que se pierda validez en la aproximación lineal que se hace en el modelo. Las evoluciones de los tirantes obtenidas se presentan en la ilustración 4, en ella se observa el cambio en el nivel respecto al PO. Nótese que las respuestas de los tirantes (ilustración 4) están normalizadas con respecto a su respectivo punto de operación.

Modelo propuesto

En la ilustración 4 se observa que en el presente caso, las respuestas de los niveles ante una variación escalón en la apertura de una compuerta son similares a respuestas de sistemas lineales de primer y segundo orden. Por lo anterior, para aproximar el comportamiento presente entre las tres entradas y tres salidas del sistema se usa una matriz de transferencia de 3x3 de la forma (Ogata, 1997):

$$y(s) = H(s)u(s) \quad (3)$$

$$y^T(s) = [y_1 \ y_2 \ y_3]; \quad u^T(s) = [u_1 \ u_2 \ u_3]$$

$$H(s) = \begin{bmatrix} H_{11} & H_{12} & H_{13} \\ H_{21} & H_{22} & H_{23} \\ H_{31} & H_{32} & H_{33} \end{bmatrix}$$

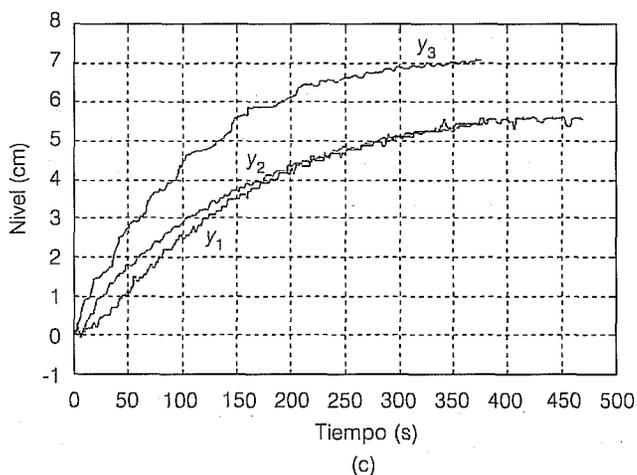
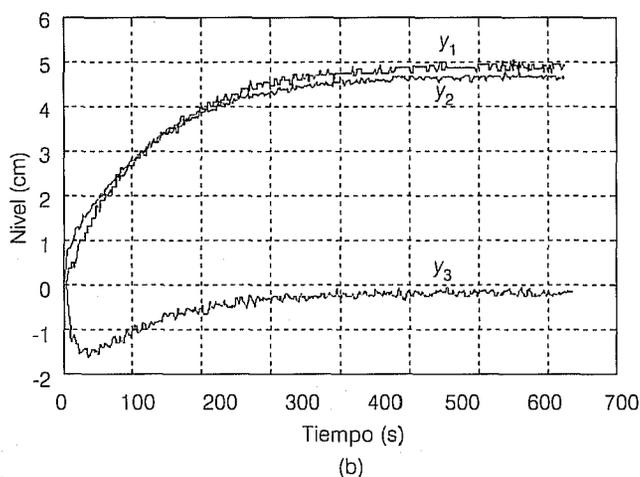
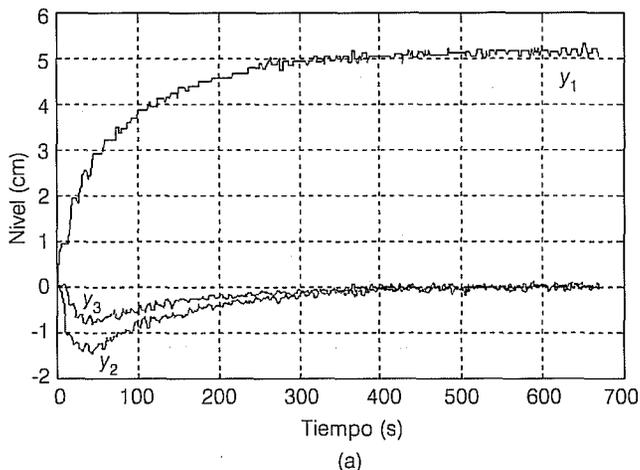
donde H_{ij} representa la función de transferencia de u_j a y_i , y cada H_{ij} es modelada por una función de transferencia de primer o segundo orden:

$$\frac{y(s)}{u(s)} = \frac{K}{s\tau + 1} \quad \text{o} \quad \frac{y(s)}{u(s)} = \frac{K}{(\alpha s + 1)(\beta s + 1)}$$

Identificación de los parámetros

Los parámetros de cada H_{ij} , tales como constantes de tiempo (τ , α , β) y ganancias (K), se obtienen a partir del comportamiento dinámico presente entre la j -ésima entrada e i -ésima salida (Kailath, 1980). Esto es, a partir

Ilustración 4. Variación en los tirantes aguas arriba de las compuertas respecto al punto de operación normalizado ante una variación de tipo escalón en la: (a) primera compuerta, (b) segunda compuerta, (c) tercera compuerta.



de la respuesta en tiempo de los tirantes obtenida (mostrados en la ilustración 4), se identifican las constantes de tiempo y los valores de las ganancias. Este método es comúnmente llamado de identificación gráfica (ver Ogata, 1997, capítulo 6). Puesto que esta forma de identificar los parámetros proporcionó resultados aceptables al momento de validar el modelo propuesto, no hubo necesidad de hacer uso de algoritmos de identificación paramétrica más elaborados tales como mínimos cuadrados (Goodwin y Payne, 1977). Las funciones de transferencia identificadas son:

$$H_{11} = \frac{13.8517 \times 10^{-3}}{s + 15.8730 \times 10^{-3}}; \quad H_{12} = \frac{7.9539 \times 10^{-3}}{s + 8.9533 \times 10^{-3}};$$

$$H_{13} = \frac{0.4055 \times 10^{-3}}{s^2 + s57.3297 \times 10^{-3} + 0.3664 \times 10^{-3}};$$

$$H_{21} = 0; \quad H_{22} = \frac{10.1414 \times 10^{-3}}{s + 10.1010 \times 10^{-3}};$$

$$H_{23} = \frac{9.0869 \times 10^{-3}}{s + 7.3032 \times 10^{-3}}; \quad H_{31} = 0; \quad H_{32} = 0;$$

$$H_{33} = \frac{13.1039 \times 10^{-3}}{s + 9.0909 \times 10^{-3}}$$

Validación

Para verificar la exactitud del modelo se compara el comportamiento dinámico descrito por el modelo lineal (ecuación 3) con el medido en el canal. Puesto que, para todo el tiempo transcurrido durante la simulación, el máximo error entre dichas respuestas fue inferior al 5% respecto a los respectivos PO, el modelo lineal obtenido se aceptó como una buena aproximación para diseñar el controlador. En la ilustración 5 se tiene una comparación entre la respuesta del sistema y el modelo identificado.

Representación en espacio de estados

Para el diseño del control LQG, el modelo entrada-salida (matriz de transferencia) que se obtiene debe ser llevado a una representación en variables de estados (Kailath, 1980). Esta representación es de la forma:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= Ax(t) + Bu(t) \\ y(t) &= Cx(t) \end{aligned} \quad (4)$$

donde x es el vector de estado, u el vector de entradas, y el vector de salidas y A, B, C son matrices de dimensión apropiada.

En este caso se utilizó el primer algoritmo citado en capítulo 6 en Kailath (1980), para llevar la representación entrada-salida (matriz de transferencia) al modelo en variables de estado. Posteriormente se eliminaron estados redundantes. Los valores obtenidos para las matrices A, B, C en la ecuación 4 son:

$$A = \begin{bmatrix} -0.0147 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -0.0081 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -0.0102 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.0444 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0625 & -0.0049 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0064 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -0.0095 \end{bmatrix}$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 0.125 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.125 & 0.125 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.0625 & 0 & 0.0625 & 0.125 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 0.1198 & 0.0639 & 0 & 0 & 0.0891 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.0758 & 0 & 0 & 0.1222 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0.1096 \end{bmatrix}$$

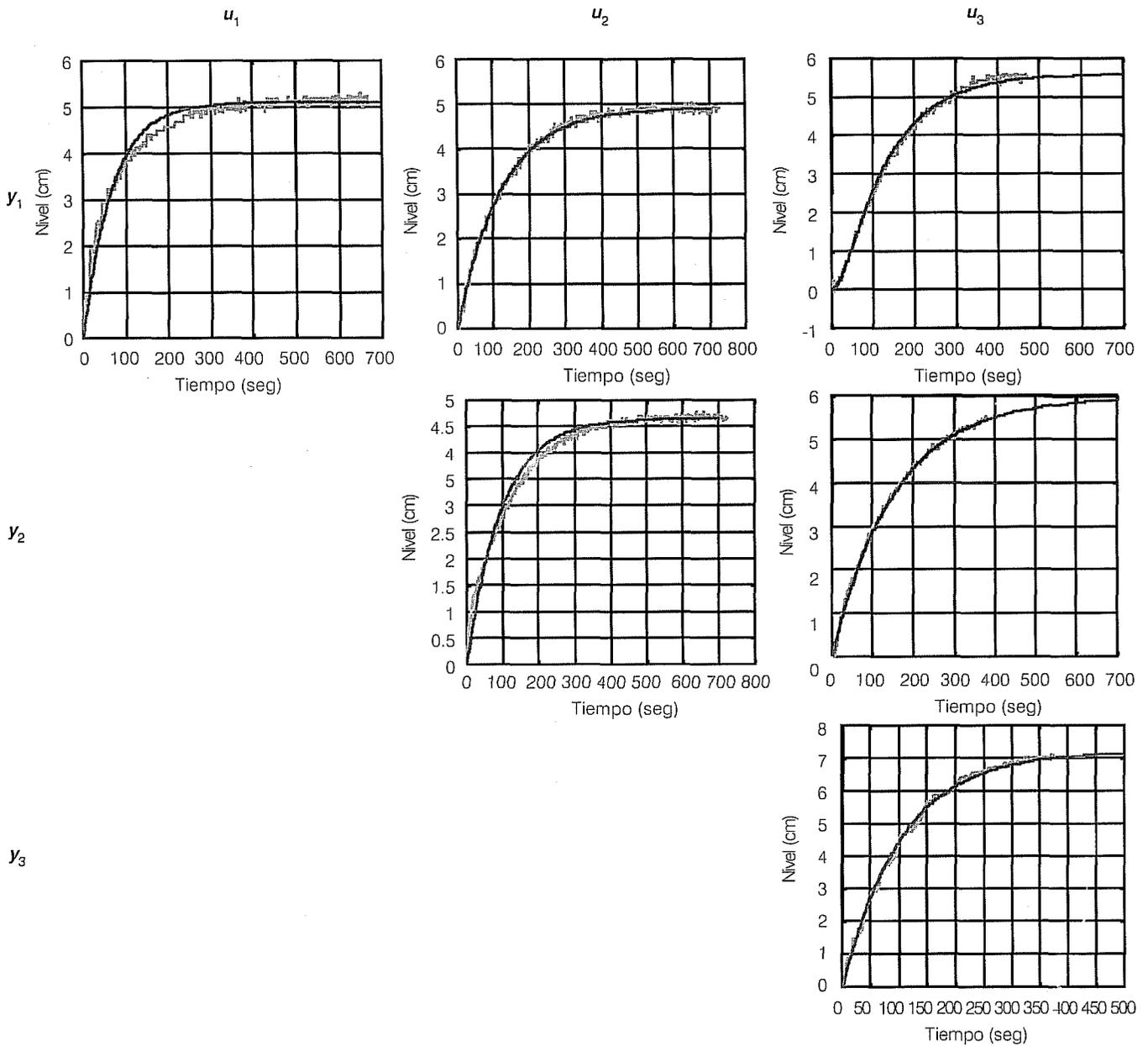
El número de estados obtenidos fue siete, por lo que la dimensión de esta realización es de $n=7$ y debido a que se eliminaron estados redundantes, la realización resultó controlable y observable (ver Kailath, 1980).

Diseño del controlador

El principal objetivo que debe satisfacer el control LQG diseñado es mantener los niveles constantes aguas arriba de las compuertas ($y_i, i=1, 2, 3$) a pesar de la presencia de perturbaciones.

En la presente aplicación, las variables de estado no son medibles (sólo son medibles las salidas del modelo, i.e. los tirantes finales, y las entradas de las compuertas), por lo que no son apropiados controladores basados en una retroalimentación de estados. La ley de control LQG resulta una buena opción en este campo, puesto que se obtiene mediante una retroalimentación del estado estimado. El diseño del LQG (Anderson y Moore, 1990) presenta dos grandes etapas: la primera consta del diseño de un control LQ, con el cual se obtiene el valor para la ganancia de retroalimentación, y la segunda es el diseño de un filtro de Kalman, el cual es el encargado de reconstruir el estado que no es medible. Gracias al principio de separación (Anderson y Moore, 1990), el diseño de la ganancia LQ y del filtro de Kalman pueden ser llevados a cabo de manera independiente.

Ilustración 5. Comparación entre las respuestas del modelo lineal y las mediciones en el canal.



A continuación se darán los preliminares básicos para el diseño de un control LQG.

Preliminares del control LQG

Para un sistema lineal influenciado por una señal de ruido sobre el estado $v(t)$ y un ruido de medición $w(t)$:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + v(t)$$

$$y(t) = Cx(t) + w(t)$$

la ley de control LQG (Anderson y Moore, 1990) minimiza el siguiente índice de desempeño J :

$$J = E\{x^T(t)Q_c x(t) + u^T(t)R_c u(t)\}$$

donde E es el operador de esperanza matemática; x , el estado; u , la señal de control; Q_c y R_c , matrices de síntesis.

La ley LQG está dada por:

$$u(t) = -K_c \hat{x}(t)$$

donde K_c es la ganancia LQ y \hat{x} es el estado estimado de Kalman (Anderson y Moore, 1990). La representación en variables de estado del controlador LQG está dado por (Anderson y Moore, 1990):

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= [A - BK_c - K_0 C] \hat{x}(t) + K_0 y(t) \\ u(t) &= -K_c \hat{x}(t) \end{aligned} \quad (5)$$

donde K_0 es la ganancia de Kalman. La primera ecuación corresponde al estimador del estado (filtro de Kalman), la segunda es la retroalimentación del estado estimado.

Para que el diseño del controlador LQG sea consistente y permita que el lazo cerrado sea estable, las hipótesis siguientes deben satisfacerse: el sistema debe ser controlable (i.e. que el estado pueda alcanzar cualquier valor al aplicar una señal de control); debe ser observable (i.e. el efecto de cualquier estado debe reflejarse en las salidas); la matriz de ponderación del estado Q_c es semidefinida positiva y simétrica ($Q_c = Q_c^T \geq 0$), y la matriz de ponderación del control R_c es definida positiva y simétrica ($R_c = R_c^T > 0$). También existen hipótesis sobre las características que deben satisfacer los ruidos (para ello ver Anderson y Moore, 1990).

Los algoritmos para el diseño de la ganancia LQ y del filtro de Kalman pueden encontrarse en cualquier libro de control óptimo, por ejemplo Anderson y Moore (1990) o bien pueden calcularse usando herramientas computacionales tales como el *Control Tool Box* de *Matlab*, donde basta usar las instrucciones *lqr* o *lqe* para el cálculo de la ganancia LQ y de la ganancia de Kalman, respectivamente.

Modelo de la perturbación

Para compensar el efecto producido por las variaciones en el flujo de entrada, se determinó un "modelo generador" o "modelo interno" de dichas perturbaciones. Puesto que el efecto de estas variaciones en este trabajo se puede aproximar por variaciones de tipo escalón sobre los niveles que se desean regular, se propuso como modelo generador el siguiente (Wonham, 1985):

$$H_p = \begin{bmatrix} 1/s & 0 & 0 \\ 0 & 1/s & 0 \\ 0 & 0 & 1/s \end{bmatrix} \quad (6)$$

Rechazo de perturbaciones

El principio del modelo interno (Wonham, 1985) establece que si se desea rechazar una perturbación, el modelo interno de ésta debe estar contenido en la función de transferencia en lazo abierto del proceso a controlar. Como en el presente caso este modelo no aparece en el modelo de la planta, para satisfacer dicha condición el diseño del controlador LQG se realizará utilizando el modelo aumentado de la planta, i.e. sobre el modelo resultante de conectar el modelo de la planta (ecuación 3) en serie con el modelo generador de las perturbaciones (ecuación 6).

La realización en variables de estado de la planta aumentada en este caso está dada por:

$$A = \begin{bmatrix} 6.72 & -1.94 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 66.9 & -17.4 & 0.49 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -183.9 & 23.5 & -7.63 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -95.2 & 90.7 & 18.7 & -1.73 & -66.7 & 1.30 & -2.54 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -143 & 74.3 & 41.8 & -2.97 & -128 & 2.91 & -4.88 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -58.9 & 37.9 & -28.9 & -1.12 & 13.68 & -1.41 & 0.52 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 49.2 & -21 & -10 & -5.36 & -87.5 & -0.69 & -3.33 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -8.22 & 4.72 & 1.98 & -0.159 & -16.16 & 0.13 & -0.25 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.30 & -25.19 & 115.6 & -0.22 & 11.5 & -0.63 & 0.44 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -105.5 & 46 & 21.5 & -2.21 & 169.5 & 1.50 & -3.05 & 0 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$$

$$B^T = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -178 & 94 & 40.9 & -3.53 & -141 & 2.8 & -5.3 \\ 351 & -39.2 & 16.03 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -158.3 & 78.1 & -8.6 & -0.04 & 250 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$$

$$C = \begin{bmatrix} -10.9 & -174 & -166 & 113 & 203.8 & 43.7 & 4.2 & 9.52 & 181.3 & 0.36 \\ 16.9 & 109 & -103 & 4.6 & 2.58 & 0.26 & -244.3 & 2.08 & -0.19 & 0.08 \\ 0 & 0 & 0 & -3.5 & 1.53 & 0.71 & -0.07 & -2.67 & 0.049 & 219 \end{bmatrix} \times 10^{-3}$$

Especificaciones

Con el objeto de que el control diseñado pueda aplicarse en condiciones de campo, y no se exciten dinámicas no-modeladas (no contemplada en el modelo lineal usado en la síntesis del regulador), se han establecido las siguientes especificaciones:

- Las variaciones en el nivel regulado deben ser inferiores al 10% respecto al nivel en su PO.
- La razón de variación en la apertura y cierre de las compuertas de control no debe exceder de 10 cm/min.
- La máxima y mínima apertura de las compuertas de control no deben exceder los límites físicos del canal.
- Las constantes dominantes de la dinámica del sistema en lazo cerrado deben ser similares a las del lazo abierto (esta condición se da para garantizar

cierta estabilidad robusta, al no excitar con dinámicas rápidas las dinámicas no modeladas).

Diseño del controlador LQG

Para diseñar el controlador LQG es necesario obtener la ganancia LQ, denotada como K_c , y la ganancia de Kalman, K_0 .

Para obtener la ganancia LQ se proponen como matrices de síntesis Q_c y R_c .

$$Q_c = 0.3 \ I; \ R_c = 90 \ I$$

donde I es una matriz identidad de dimensión adecuada.

Para obtener la ganancia de Kalman se proponen las matrices Q_0 y R_0 como:

$$Q_0 = 0.0001 \ I; \ R_0 = 0.4 \ I$$

Los valores de las anteriores matrices se dedujeron gracias a las propiedades asintóticas del control LQ y del filtro de Kalman (Anderson y Moore, 1990), y en seguida a partir de un ajuste fino en simulación hasta cumplir con las especificaciones deseadas. Cabe señalar que en este caso las matrices Q_0 y R_0 se consideran matrices de síntesis, cuyo propósito es obtener dinámicas adecuadas para el filtro de Kalman, por lo que estos valores no representan valores estadísticos reales. Las ganancias obtenidas con estas matrices de síntesis son:

$$K_c = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & -0.16 & 0.159 & 0.058 & -0.003 & -0.162 & 0.004 & -0.005 \\ 0.236 & -0.15 & -0.046 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0.149 & 0.050 & 0.0979 & -0.024 & 0.2512 & 0.031 & 0.0424 \end{bmatrix}$$

$$K_0 = \begin{bmatrix} 260 & 6.07 & -18.4 & 19.6 & 38.08 & 9.16 & -4.51 & 1.40 & 6.44 & 10.07 \\ 6.53 & 18.3 & -60.5 & -11.68 & -20.96 & -3.20 & -8.98 & -0.022 & 9.20 & 15.7 \\ -3.13 & -9.81 & 33.12 & -2.12 & -2.36 & 2.41 & -32.8 & 1.45 & 40.5 & 5.65 \end{bmatrix}^T$$

El control LQG se obtiene al substituir estos valores en la ecuación 5, usando los valores (A, B, C) de la planta aumentada.

Resultados en tiempo real

Antes de realizar los trabajos en el canal de laboratorio, se hicieron diferentes pruebas de simulación usando el paquete denominado S/C v. 3.8 (Baume y Malaterre, 2000). Estos experimentos sirvieron para conocer el comportamiento dinámico del sistema en lazo cerrado; los resultados de estas pruebas en simulación se pueden encontrar

en Zapién (2002). El experimento en tiempo real que se presenta a continuación consiste en introducir variaciones al flujo de entrada y observar el comportamiento en lazo cerrado del prototipo. El periodo de muestreo elegido es de 1.2 segundos, ya que este tiempo presentó buenos resultados desde los estudios en simulación. En la ilustración 6 se muestran las respuestas de los niveles regulados y_i , $i=1, 2, 3$ (salidas); las posiciones de las compuertas u_i , $i=1, 2, 3$ (entradas de control) y las variaciones sobre el flujo de entrada. En esta ilustración también se presenta, como dato adicional, el comportamiento de los niveles aguas abajo de las compuertas notados como y_{ci} , $i=1, 2, 3$. Observar que: (a) la regulación en los tres tramos es satisfactoria, no excede del 10% del PO (es decir, 7 cm para la compuerta 1, 6.5 cm para la compuerta 2 y 5.5 cm para la compuerta 3), (b) la apertura de la compuerta no excede los límites físicos del canal y que su razón de apertura está debajo de la especificación. En resumen, con el controlador diseñado, los desempeños en lazo cerrado son adecuados.

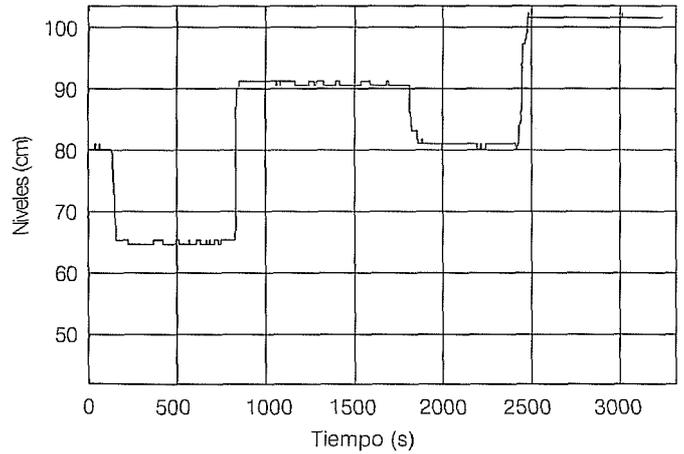
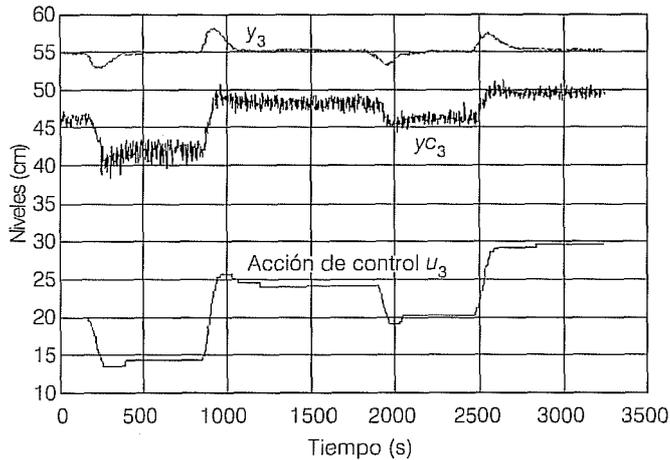
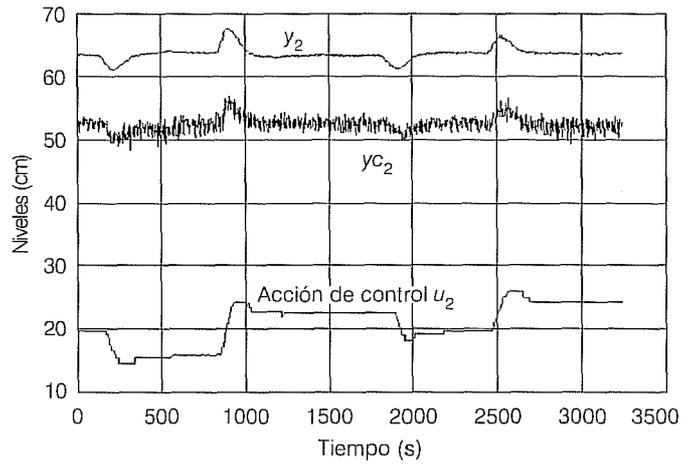
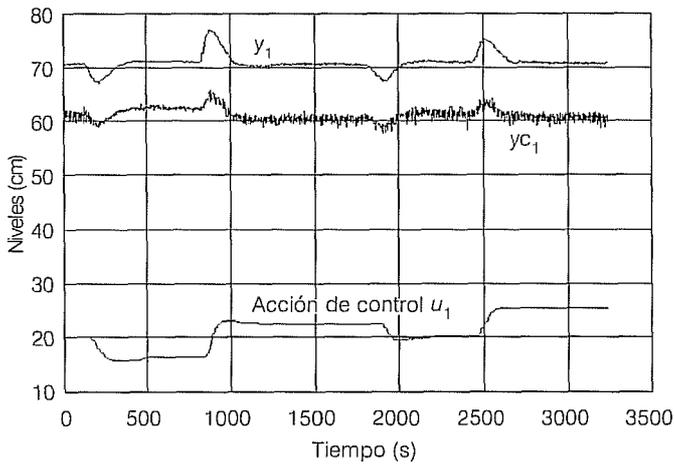
Conclusiones

Mediante la metodología de diseño usada se obtuvo en tiempo real una muy buena regulación en los tirantes, con mínimas variaciones en el nivel regulado ante cambios en el gasto de entrada al canal. Las características de las señales de control aplicadas al prototipo de canal fueron adecuadas (razón de apertura, magnitud de los movimientos de la compuerta). A pesar de la simplicidad del modelo utilizado, la información proporcionada por éste fue suficiente para diseñar un controlador LQG que ofrece desempeños adecuados. Este trabajo ilustra claramente la ventaja de usar la teoría de control y, en particular, del uso del regulador LQG para mejorar el manejo del agua en canales. Como trabajo a futuro se evaluarán otros tipos de algoritmos de control, tales como distribuido, difuso, en el canal de laboratorio (para esta evaluación se consideraran índices tales como: factibilidad de implementación en tiempo real, complejidad de diseño, aptitud para satisfacer las especificaciones, capacidad de regulación, costo, etcétera). Esta información servirá para seleccionar el equipo y los algoritmos de control que brinden el mejor desempeño, con el fin de implementarlos en los canales de riego en México.

Reconocimiento

Los autores expresan su reconocimiento al Programa de Cooperación Internacional Bilateral Conacyt-CNRS 2002 y al Laboratorio Mixto Franco-Mexicano de Automática Aplicada por el apoyo brindado para la realización de la presente investigación.

Ilustración 6. Respuestas en lazo cerrado de los tirantes y aperturas de las compuertas ante la presencia de variaciones en el flujo de entrada.



Recibido: 27/03/2003
Aprobado: 25/06/2003

Referencias

ANDERSON, B.D. y MOORE, J.B. *Optimal control: linear quadratic methods*. New Jersey: Prentice Hall, 1990.
BALOGUN, O.S, HUBBARD, M. y DEVRIES, J.J. Automatic control of canal flow using linear quadratic regulator theory. *Journal of hydraulic engineering*. Vol. 114:(1), 1988, pp. 75-102.
BEGOVICH, O. y RUIZ, V.M. Model and control of an open irrigation multipool canal. *Memorias del XXI Congreso Internacional Académico de Ingeniería Electrónica 'ELECTRO 99'*. Chihuahua, Chihuahua, México, 1999, pp. 243-248.
BAUME, J.P. y MALATERRE, P.O. *Hydrodynamic simulation software "SIC" v. 3.8*, 2000.

CHEN, M.L. y GEORGES, D. Nonlinear robust state feedback control of an open-channel hydraulic system. *European Control Conference Ecc'01*. Porto, Portugal, septiembre, 2001.
CORON, J.M., D'ANDREA-NOVEL, B. y BASTIN, G.A. Lyapunov approach to control irrigation canals modeled by Saint-Venant equations. *European Control Conference Ecc'99*. Karlsruhe, Alemania, 1999.
CUNGE, J.A., Holly, F.M., y Verwey, A. *Practical aspects of computational river hydraulics*. Iowa Institute of Hydraulic Research, 1994.
DULHOSTE, J.-F., BENSANCON, G. y GEORGES, D. Non-linear control of water flow dynamics by input-output linearization based on a collocation model. *European Control Conference Ecc'01*. Porto, Portugal, septiembre, 2001.
GOODWIN, G.C. y PAYNE, R.L. *Dynamic system identification*. Londres: Academic Press, 1977.

- KAILATH, T. *Linear systems*. Prentice Hall: Upper Saddle River, N.J. USA, 1980.
- MALATERRE, P.O., ROGERS, D.C. y SCHUURMANS, J. Classification of canal control algorithms. *Journal of irrigation and drainage engineering*. Vol. 124, 1998, pp. 3-10.
- OGATA, K. *Modern Control Engineering*. Tercera edición. New Jersey: Prentice Hall, 1997.
- ROGERS, D.C., COURET, C. y BREMOND, J. Dynamic regulation on the canal de Provence. En Zimbelman, D.D. (editor). *Planning, operation, rehabilitation and automation of irrigation water delivery systems*, ASCE. New York, 1987.
- ROGERS, D.C. y GOUSSARD, J. Canal control algorithms currently in use. *Journal of irrigation and drainage engineering*. Vol. 124, núm. 1, 1998, pp. 11-15.
- RUIZ, V.M, DE LOS SANTOS, C.F., BEGOVICH, O., ZAPIEN, J.C. y BLANCO, R. Sistema de medición y control remoto aplicado a canales de riego. *Congreso Latinoamericano de Control Automático 2002*. Guadalajara, Jalisco, México, 2002.
- SCHUURMANS, J., BOSGRA, O.H. y BROUWER, R. Open-channel flow model approximation of controller design. *Appl. math. modeling*. Vol. 19, 1995, pp. 525-530.
- WONHAM, W. *Linear multivariable control: a geometric approach*. Springer-Verlag, 1985.
- ZAPIÉN, J.C. *Implementación en tiempo real de un controlador LQG en un prototipo de canal abierto de irrigación multi-tramos*. Tesis de maestría en ciencias. Cinvestav, Guadalajara, México, 2002.

Abstract

BEGOVICH-MENDOZA, O., RUIZ-CARMONA, V.M. & ZAPIÉN, J.C. Real-time implementation of a LQG control for a multi-pool open irrigation canal prototype. *Hydraulic Engineering in Mexico (in Spanish)*. Vol. XIX, no. 2, April-June, 2004, pp. 5-15.

The main contribution of this paper is the real-time implementation and evaluation of an optimal LQG controller to regulate the upstream levels due to input flow disturbances, with respect to the control structures, in a four pool open irrigation canal prototype using upstream control. Satisfactory results show that the Control Theory is a useful tool to improve irrigation canal management. The control is designed using an input-output model which is obtained from the water level dynamics around an operation point.

Keywords: water distribution systems, open canals, open canal control, LQG optimal control, water, irrigation

Dirección institucional de los autores:

Dra. Ofelia Begovich-Mendoza
M. en C. Juan Carlos Zapién

Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN (Cinvestav),
Unidad Guadalajara
Avenida López Mateos Sur 590,
Apartado Postal 31-438, Plaza de la Luna,
CP 45232 Guadalajara, Jalisco, México,
obegovi@gdl.cinvestav.mx.

Victor Manuel Ruiz-Carmona

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua,
Paseo Cuauhnáhuac 8532, Progreso, Jiutepec, Morelos, México,
CP 62550,
teléfono: + (52) (777) 329 3600, extensión 609,
vmruiz@tlaloc.imta.mx.