

Artículo publicado en el Repositorio Institucional del IMTA

<i>Título</i>	Modelación sistémica del uso eficiente del agua.
<i>Autor / Adscripción</i>	Felipe I. Arreguín Cortés Comisión Nacional del Agua  Víctor H. Alcocer Yamanaka Instituto Mexicano de Tecnología del Agua
<i>Publicación</i>	Ingeniería Hidráulica en México, 19(3): 83-102
<i>Fecha de publicación</i>	2004
<i>Resumen</i>	Se presenta un modelo matemático de optimización para determinar la cantidad mínima de agua de primer uso que debería abastecerse a un sistema hidráulico (urbano, agrícola, industrial o de cuenca), considerando las demandas específicas de cada usuario, la calidad de las aguas residuales con y sin tratamiento, las fugas, el reúso y cualquier número de contaminantes del agua. El modelo desarrollado se aplicó a la ciudad de Cuernavaca. En el análisis se incluyó la demanda bioquímica de oxígeno y los sólidos suspendidos totales como parámetros fisicoquímicos.
<i>Identificador</i>	<a href="http://hdl.handle.net/123456789/742">http://hdl.handle.net/123456789/742</a>

## Modelación sistémica del uso eficiente del agua

Felipe I. Arreguín-Cortés

Comisión Nacional del Agua

Víctor H. Alcocer-Yamanaka

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua

*Se presenta un modelo matemático de optimización para determinar la cantidad mínima de agua de primer uso que debería abastecerse a un sistema hidráulico (urbano, agrícola, industrial o de cuenca), considerando las demandas específicas de cada usuario, la calidad de las aguas residuales con y sin tratamiento, las fugas, el reúso y cualquier número de contaminantes del agua. Se utilizó como plataforma de optimización el programa General Algebraic Modeling System (GAMS). El modelo desarrollado se aplicó a la ciudad de Cuernavaca y se generaron varios escenarios, a fin de satisfacer las necesidades de todos los usuarios en cantidad y calidad para diferentes condiciones de funcionamiento de las plantas de tratamiento de aguas residuales existentes, la construcción de las obras necesarias para tratar todas las aguas residuales y utilizar el agua en forma óptima dentro del sistema; también se trabajó en el control de fugas. En el análisis se incluyó la demanda bioquímica de oxígeno y los sólidos suspendidos totales como parámetros fisicoquímicos. En un primer escenario se consideró que las plantas de tratamiento de aguas residuales trabajaran a su capacidad de diseño; se encontró que el caudal total extraído de las fuentes de abastecimiento se podría reducir en un 14%. En una segunda opción se consideró la incorporación de un plan integral de reducción de fugas, reduciendo en un 24.87% el caudal de agua de primer uso requerido en el sistema. Combinando los dos escenarios anteriores, el ahorro sería de un 29.39%. En la última opción se consideró la instalación de dos plantas de tratamiento de aguas residuales adicionales a las existentes, las cuales tendrían una capacidad de 81.33 y 1,130.41 l/s, respectivamente; de esta manera, el caudal de extracción de las fuentes de abastecimiento se reduciría en un 31.26%. Desde luego, este escenario sería la condición ideal para la ciudad de Cuernavaca, pues se reduciría la presión sobre las fuentes de abastecimiento, o se podría ampliar la frontera agrícola, dado que el acuífero se encuentra en condiciones estables actualmente; en ambos casos se contaría siempre con agua de buena calidad (esto significa que satisface las normas oficiales mexicanas correspondientes) para cualquier uso dentro del sistema.*

**Palabras clave:** uso eficiente, modelo, sistémico, técnicas de optimización.

### Introducción

Se denomina uso eficiente del agua a la optimización de su aprovechamiento y de la infraestructura asociada al mismo, con la participación activa de los usuarios y con equidad (Arreguín, 1991).

El uso eficiente del agua nace ante la necesidad de evitar el deterioro y manejo irracional de este recurso. Existen tecnologías para usar mejor el agua en los sectores urbano, agrícola e industrial (Arreguín y Alcocer, 2001).

Dado que en la cuenca hidrológica se encuentra todo tipo de usuarios, como ciudades, industrias, comercios, zonas de riego o plantas hidroeléctricas, es la unidad natural para planear el uso eficiente y evaluar sus resultados. Al implantar medidas en la cuenca que impliquen pequeños ahorros de agua en grandes consumidores, por ejemplo el agrícola, se repercute ampliamente en otros sectores. El uso eficiente en la cuenca es muy complejo por la enorme cantidad de objetivos y variantes de solución que existen.

En el mercado se tienen algunos modelos de simulación de aprovechamientos hidráulicos. También se cuenta con otros que optimizan, pero presentan limitaciones en el número de restricciones que se pueden incluir, sobre todo de calidad del agua. Algunos más, a pesar de que utilizan técnicas de programación dirigidas en forma directa al uso eficiente del agua, están restringidos al sector industrial, como los desarrollados por Wang y Smith (1994), y posteriormente por Mann y Liu (1999), que minimizan el consumo de agua de primer uso, pero su campo de aplicación se restringe a refinerías e industrias petroquímicas, donde se consideran operaciones unitarias.

En resumen, el modelo propuesto considera la cantidad y calidad del agua de las fuentes de abastecimiento de los efluentes de aguas crudas y tratadas, y las demandas de los usuarios, así como los contaminantes generados por estos últimos.

### Técnicas de optimización

Para optimizar los recursos hídricos no debe perderse de vista el contexto general del proceso de planeación. En éste, el punto de partida son los valores y las metas sociales, y una etapa básica es el establecimiento de los objetivos y restricciones del proceso, los cuales pueden modelarse de tal manera que permitan evaluar diferentes opciones, seleccionar la mejor de ellas, medir las consecuencias directas o indirectas de su aplicación, y retroalimentar el proceso.

Una función objetivo es cualquier enunciado mediante el cual se pueden plantear las consecuencias o el resultado de una política de operación. Las restricciones se definen como el conjunto de funciones que expresan en forma cuantitativa las limitaciones que actúan sobre el sistema hidráulico. De acuerdo con la naturaleza de la función objetivo y las restricciones, se pueden elaborar modelos lineales o no lineales, dinámicos, etcétera. Una vez realizado el modelo, es común buscar una solución óptima (máxima o mínima) de la función objetivo sujeta a las restricciones planteadas, o bien el planteamiento de varias funciones objetivo (enfoque multiobjetivo) (Mariano et al., 2003).

### Modelo de uso eficiente del agua

El objetivo del modelo aquí planteado es determinar la cantidad mínima de agua de primer uso o reúso para un sistema hidráulico dado, que incluye varios contaminantes, satisfaciendo las restricciones impuestas.

Por su parte, las restricciones se definen como el conjunto de funciones que expresan en forma cuantitativa

las limitaciones que actúan sobre el sistema hidráulico; en este caso, estarán gobernadas por el balance de masas y la concentración de contaminantes a la entrada y salida de cada operación.

El modelo general de programación no lineal se representa de la siguiente forma:

$$Opt z = f(x_1, x_2, \dots, x_n) \quad (1)$$

donde:

$z$  función objetivo.

$x_i$  restricciones del modelo.

Sujeta a un conjunto de restricciones:

$$g_i(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq 0; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (2)$$

donde:

$g_i$  conjunto de restricciones.

y a las condiciones:

$$x_i \geq 0; \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

Por lo que el programa será minimizar la función objetivo como caudal de primer uso en el sistema, en el dominio (3),

$$\min z = f = \sum_i f_i \quad (4)$$

donde:

$f$  caudal de primer uso requerido en el sistema.

$f_i$  caudal de primer uso para cada operación (cada operación representará un usuario del sistema de agua).

El índice de concentración de contaminantes a la entrada de cada operación  $i$  es:

$$C_{i,k, \text{ent}} = \frac{\sum_{j \neq i} X_{i,j} C_{j,k, \text{sal}}}{\sum_{j \neq i} X_{i,j} + f_i} \quad (5)$$

donde:

- $C_{j,k,sal}$  índice de concentración de cada contaminante  $k$ , a la salida de la operación  $j$ , en mg/l.
- $C_{i,k,ent}$  índice de concentración de cada contaminante  $k$ , a la entrada de la operación  $i$ , en mg/l.
- $X_{i,j}$  caudal de agua proveniente de otras operaciones  $j$ , en m<sup>3</sup>/h.
- $f_i$  caudal de primer uso para cada operación en m<sup>3</sup>/h.

El índice de concentración de contaminantes a la salida será entonces:

$$C_{j,k,sal} = C_{i,k,ent} + \frac{\Delta m_{i,k,tot}}{\sum_{j \neq i} X_{i,j} + f_j} \leq C_{j,k,sal}^{max} \quad (6)$$

donde:

$\Delta m_{i,k,tot}$  transferencia de masa total por cada contaminante  $k$ , en una operación  $i$  (carga másica), en kg/h.

$C_{j,k,sal}^{max}$  índice máximo permitido de concentración de cada contaminante  $k$ , a la salida de la operación  $j$ , en mg/l.

Sustituyendo  $C_{i,ent}$  de la ecuación 5 en la 6 se obtiene:

$$C_{j,k,sal} = \frac{\sum_{j \neq i} X_{i,j} C_{j,k,sal} + \Delta m_{i,k,tot}}{\sum_{j \neq i} X_{i,j} + f_j} \leq C_{j,k,sal}^{max} \quad (7)$$

La ecuación de continuidad dentro del sistema se puede expresar de la siguiente forma:

$$f_i + \sum_{j \neq i} X_{i,j} - W_i - \sum_{j \neq i} X_{j,i} = 0 \quad (8)$$

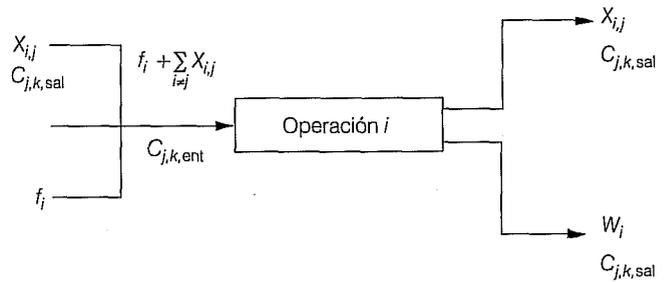
donde:

$W_i$  caudal de agua residual proveniente de la operación  $i$  (m<sup>3</sup>/h).

Por lo que las ecuaciones 5, 7 y 8 serán las que gobiernen al sistema. Así, con un modelo de este tipo se pueden analizar, entre otras, las siguientes condiciones dentro del sistema: el tratamiento de las aguas residuales, el reúso y las pérdidas. El esquema general del modelo incluyendo varios contaminantes se presenta en la ilustración 1.

Para resolver las ecuaciones 5 y 7 será necesario transformarlas como sigue:

**Ilustración 1. Estructura general del modelo propuesto, considerando varios contaminantes (Mann y Liu, 1999).**



$$\sum_{j \neq i} [C_{i,k,ent}^{max} - C_{j,k,sal}] X_{i,j} + C_{i,k,ent}^{max} f_i \geq 0 \quad (9)$$

$$\sum_{j \neq i} [C_{j,k,sal}^{max} - C_{j,k,sal}] X_{i,j} + C_{j,k,sal}^{max} f_i = \Delta m_{j,k,tot} \times 10^3 \quad (10)$$

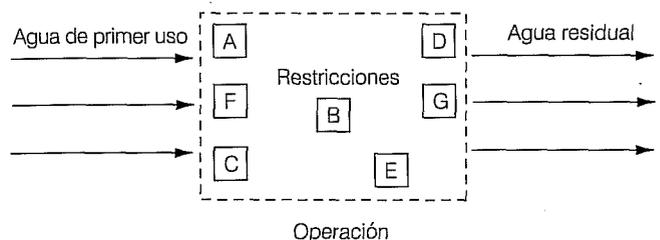
Ambas ecuaciones son restricciones del modelo; la ecuación 9 define el balance de los contaminantes a la entrada de la operación y la 10 a la salida. En resumen, la estructura del modelo con varios contaminantes, diferentes fuentes de abastecimiento de agua y operaciones unitarias (usuarios) que descargan contaminantes se muestra en la ilustración 2.

El objetivo del modelo es, entonces, encontrar la configuración de la red que conecte las operaciones y que demande la mínima cantidad de agua de primer uso y, en consecuencia, reduzca el volumen de agua residual sujeta a ciertos límites permisibles de contaminantes.

Se establecen las siguientes hipótesis en el modelo:

- a) Los límites máximos permisibles de concentración de contaminantes son constantes en todo el proceso.
- b) El número de operaciones (usuarios) es fijo, no varía a lo largo del proceso de optimización.
- c) No se integran procesos de transferencia de calor.
- d) La red del modelo opera a presión constante.

**Ilustración 2. Representación esquemática del modelo propuesto (Alcocer, 2002).**



**Calibración del modelo**

Con objeto de calibrar el modelo, se tomaron los datos de un proyecto realizado por Alva-Argáez, Kokossis y Smith (2000), quienes hicieron mediciones dentro de una industria en el caso que se resuelve a continuación.

Minimizar el agua de primer uso en un sistema compuesto por diez operaciones (usuarios)  $I = \{O_1, O_2, O_3, O_4, O_5, O_6, O_7, O_8, O_9, O_{10}\}$ , con el propósito de obtener la configuración óptima de la red que conecte las operaciones del esquema sujeto a cuatro tipos de contaminantes  $U = \{A, B, C, D\}$  a la entrada y salida de cada proceso. En el cuadro 1 se presentan los datos del problema.

A continuación se realiza el planteamiento del problema para una operación, tomando en cuenta que para las restantes se procederá de forma similar.

**Operación número 1:**

$$\begin{aligned}
 & f_1 + X_{1,2} + X_{1,3} + X_{1,4} + X_{1,5} + X_{1,6} + X_{1,7} + X_{1,8} \\
 & + X_{1,9} + X_{1,10} - W_1 - X_{2,1} - X_{3,1} - X_{4,1} - X_{5,1} \\
 & - X_{6,1} - X_{7,1} - X_{8,1} - X_{9,1} - X_{10,1} = 0
 \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
 & [C_{1,A,ent}^{m\acute{a}x} - C_{2,A,sal}]X_{1,2} + [C_{1,A,ent}^{m\acute{a}x} - C_{3,A,sal}]X_{1,3} \\
 & + [C_{1,A,ent}^{m\acute{a}x} - C_{4,A,sal}]X_{1,4} + [C_{1,A,ent}^{m\acute{a}x} - C_{5,A,sal}]X_{1,5} \\
 & + [C_{1,A,ent}^{m\acute{a}x} - C_{6,A,sal}]X_{1,6} + [C_{1,A,ent}^{m\acute{a}x} - C_{7,A,sal}]X_{1,7} \\
 & + [C_{1,A,ent}^{m\acute{a}x} - C_{8,A,sal}]X_{1,8} + [C_{1,A,ent}^{m\acute{a}x} - C_{9,A,sal}]X_{1,9} \\
 & + [C_{1,A,ent}^{m\acute{a}x} - C_{10,A,sal}]X_{1,10} + [C_{1,A,ent}^{m\acute{a}x} f_1] \geq 0
 \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
 & [C_{1,B,ent}^{m\acute{a}x} - C_{2,B,sal}]X_{1,2} + [C_{1,B,ent}^{m\acute{a}x} - C_{3,B,sal}]X_{1,3} \\
 & + [C_{1,B,ent}^{m\acute{a}x} - C_{4,B,sal}]X_{1,4} + [C_{1,B,ent}^{m\acute{a}x} - C_{5,B,sal}]X_{1,5} \\
 & + [C_{1,B,ent}^{m\acute{a}x} - C_{6,B,sal}]X_{1,6} + [C_{1,B,ent}^{m\acute{a}x} - C_{7,B,sal}]X_{1,7} \\
 & + [C_{1,B,ent}^{m\acute{a}x} - C_{8,B,sal}]X_{1,8} + [C_{1,B,ent}^{m\acute{a}x} - C_{9,B,sal}]X_{1,9} \\
 & + [C_{1,B,ent}^{m\acute{a}x} - C_{10,B,sal}]X_{1,10} + [C_{1,B,ent}^{m\acute{a}x} f_1] \geq 0
 \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
 & [C_{1,C,ent}^{m\acute{a}x} - C_{2,C,sal}]X_{1,2} + [C_{1,C,ent}^{m\acute{a}x} - C_{3,C,sal}]X_{1,3} \\
 & + [C_{1,C,ent}^{m\acute{a}x} - C_{4,C,sal}]X_{1,4} + [C_{1,C,ent}^{m\acute{a}x} - C_{5,C,sal}]X_{1,5} \\
 & + [C_{1,C,ent}^{m\acute{a}x} - C_{6,C,sal}]X_{1,6} + [C_{1,C,ent}^{m\acute{a}x} - C_{7,C,sal}]X_{1,7} \\
 & + [C_{1,C,ent}^{m\acute{a}x} - C_{8,C,sal}]X_{1,8} + [C_{1,C,ent}^{m\acute{a}x} - C_{9,C,sal}]X_{1,9} \\
 & + [C_{1,C,ent}^{m\acute{a}x} - C_{10,C,sal}]X_{1,10} + [C_{1,C,ent}^{m\acute{a}x} f_1] \geq 0
 \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
 & [C_{1,D,ent}^{m\acute{a}x} - C_{2,D,sal}]X_{1,2} + [C_{1,D,ent}^{m\acute{a}x} - C_{3,D,sal}]X_{1,3} \\
 & + [C_{1,D,ent}^{m\acute{a}x} - C_{4,D,sal}]X_{1,4} + [C_{1,D,ent}^{m\acute{a}x} - C_{5,D,sal}]X_{1,5} \\
 & + [C_{1,D,ent}^{m\acute{a}x} - C_{6,D,sal}]X_{1,6} + [C_{1,D,ent}^{m\acute{a}x} - C_{7,D,sal}]X_{1,7} \\
 & + [C_{1,D,ent}^{m\acute{a}x} - C_{8,D,sal}]X_{1,8} + [C_{1,D,ent}^{m\acute{a}x} - C_{9,D,sal}]X_{1,9} \\
 & + [C_{1,D,ent}^{m\acute{a}x} - C_{10,D,sal}]X_{1,10} + [C_{1,D,ent}^{m\acute{a}x} f_1] \geq 0
 \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
 & [C_{1,A,sal}^{m\acute{a}x} - C_{2,A,sal}]X_{1,2} + [C_{1,A,sal}^{m\acute{a}x} - C_{3,A,sal}]X_{1,3} \\
 & + [C_{1,A,sal}^{m\acute{a}x} - C_{4,A,sal}]X_{1,4} + [C_{1,A,sal}^{m\acute{a}x} - C_{5,A,sal}]X_{1,5} \\
 & + [C_{1,A,sal}^{m\acute{a}x} - C_{6,A,sal}]X_{1,6} + [C_{1,A,sal}^{m\acute{a}x} - C_{7,A,sal}]X_{1,7} \\
 & + [C_{1,A,sal}^{m\acute{a}x} - C_{8,A,sal}]X_{1,8} + [C_{1,A,sal}^{m\acute{a}x} - C_{9,A,sal}]X_{1,9} \\
 & + [C_{1,A,sal}^{m\acute{a}x} - C_{10,A,sal}]X_{1,10} + [C_{1,A,sal}^{m\acute{a}x} f_1] = \Delta m_{1,A,tot} \times 10^3
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
 & [C_{1,B,sal}^{m\acute{a}x} - C_{2,B,sal}]X_{1,2} + [C_{1,B,sal}^{m\acute{a}x} - C_{3,B,sal}]X_{1,3} \\
 & + [C_{1,B,sal}^{m\acute{a}x} - C_{4,B,sal}]X_{1,4} + [C_{1,B,sal}^{m\acute{a}x} - C_{5,B,sal}]X_{1,5} \\
 & + [C_{1,B,sal}^{m\acute{a}x} - C_{6,B,sal}]X_{1,6} + [C_{1,B,sal}^{m\acute{a}x} - C_{7,B,sal}]X_{1,7} \\
 & + [C_{1,B,sal}^{m\acute{a}x} - C_{8,B,sal}]X_{1,8} + [C_{1,B,sal}^{m\acute{a}x} - C_{9,B,sal}]X_{1,9} \\
 & + [C_{1,B,sal}^{m\acute{a}x} - C_{10,B,sal}]X_{1,10} + [C_{1,B,sal}^{m\acute{a}x} f_1] = \Delta m_{1,B,tot} \times 10^3
 \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
 & [C_{1,C,sal}^{m\acute{a}x} - C_{2,C,sal}]X_{1,2} + [C_{1,C,sal}^{m\acute{a}x} - C_{3,C,sal}]X_{1,3} \\
 & + [C_{1,C,sal}^{m\acute{a}x} - C_{4,C,sal}]X_{1,4} + [C_{1,C,sal}^{m\acute{a}x} - C_{5,C,sal}]X_{1,5} \\
 & + [C_{1,C,sal}^{m\acute{a}x} - C_{6,C,sal}]X_{1,6} + [C_{1,C,sal}^{m\acute{a}x} - C_{7,C,sal}]X_{1,7} \\
 & + [C_{1,C,sal}^{m\acute{a}x} - C_{8,C,sal}]X_{1,8} + [C_{1,C,sal}^{m\acute{a}x} - C_{9,C,sal}]X_{1,9} \\
 & + [C_{1,C,sal}^{m\acute{a}x} - C_{10,C,sal}]X_{1,10} + [C_{1,C,sal}^{m\acute{a}x} f_1] = \Delta m_{1,C,tot} \times 10^3
 \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
 & [C_{1,D,sal}^{m\acute{a}x} - C_{2,D,sal}]X_{1,2} + [C_{1,D,sal}^{m\acute{a}x} - C_{3,D,sal}]X_{1,3} \\
 & + [C_{1,D,sal}^{m\acute{a}x} - C_{4,D,sal}]X_{1,4} + [C_{1,D,sal}^{m\acute{a}x} - C_{5,D,sal}]X_{1,5} \\
 & + [C_{1,D,sal}^{m\acute{a}x} - C_{6,D,sal}]X_{1,6} + [C_{1,D,sal}^{m\acute{a}x} - C_{7,D,sal}]X_{1,7} \\
 & + [C_{1,D,sal}^{m\acute{a}x} - C_{8,D,sal}]X_{1,8} + [C_{1,D,sal}^{m\acute{a}x} - C_{9,D,sal}]X_{1,9} \\
 & + [C_{1,D,sal}^{m\acute{a}x} - C_{10,D,sal}]X_{1,10} + [C_{1,D,sal}^{m\acute{a}x} f_1] = \Delta m_{1,D,tot} \times 10^3
 \end{aligned} \tag{19}$$

Para resolver las ecuaciones no lineales planteadas, se utilizó el modelo GAMS, *General Algebraic Modeling System*, el cual es un software creado para resolver problemas de programación lineal y no lineal que utiliza la interfase MINOS, especial para la solución de problemas con restricciones no lineales.

La solución del problema planteado se presenta en el cuadro 2 y la ilustración 3, con un valor óptimo de la función objetivo de:  $\sum f_i = 594.80 \text{ m}^3/\text{h}$ , y la concentración de los contaminantes a la salida de cada operación se muestran en el cuadro 3. En la ilustración 4 se presenta la comparación de los datos obtenidos con el modelo propuesto y los resultados de Alva-Argáez donde puede observarse la gran coincidencia entre los mismos.

### Aplicación del modelo a la ciudad de Cuernavaca, Morelos

La ciudad de Cuernavaca se ubica en el valle del mismo nombre, tiene una altitud media de 1750 metros sobre el nivel del mar, un clima semicálido-subhúmedo, temperatura media anual de 22°C y una precipitación media anual de 1,500 milímetros.

El valle de Cuernavaca cuenta con 189.26 ha de agricultura de riego (los datos para la aplicación del

Cuadro 1. Datos del caso analizado.

Operación (i)	Contaminante	$C_{i,j,ent}^{m\acute{a}x}$ (mg/l)	$C_{i,j,sal}^{m\acute{a}x}$ (mg/l)	$F_i^L$ (m <sup>3</sup> /h)
01	A	200	25,000	24.87
	B	500	20,000	
	C	100	28,500	
	D	1,500	230,000	
02	A	350	8,000	40.98
	B	3,000	9,000	
	C	500	24,080	
	D	400	3,000	
03	A	350	3,500	39.20
	B	450	2,500	
	C	150	1,500	
	D	500	1,500	
04	A	800	15,000	4.00
	B	650	5,000	
	C	450	700	
	D	300	1,500	
05	A	1,300	2,000	3.92
	B	2,000	7,000	
	C	2,000	9,000	
	D	4,000	10,000	

Cuadro 1. Datos del caso analizado (continuación).

Operación (i)	Contaminante	C <sub>i,j,ent</sub> <sup>máx</sup> (mg/l)	C <sub>i,j,sal</sub> <sup>máx</sup> (mg/l)	F <sub>i</sub> <sup>L</sup> (m <sup>3</sup> /h)
06	A	3,000	12,000	137.50
	B	2,000	10,000	
	C	100	8,000	
	D	0	200	
07	A	450	2,000	290.96
	B	0	3,000	
	C	250	1,000	
	D	650	12,000	
08	A	100	3,450	23.81
	B	250	4,000	
	C	200	700	
	D	550	7,000	
09	A	150	1,000	65.44
	B	450	1,000	
	C	3,000	4,000	
	D	100	100	
10	A	0	100	4.00
	B	0	100	
	C	0	100	
	D	0	100	

F<sub>i</sub><sup>L</sup> = caudal máximo permitido en la operación i (m<sup>3</sup>/h).

Cuadro 2. Resultados obtenidos con el modelo propuesto.

f <sub>i</sub>	w <sub>i</sub>	X <sub>i,j</sub>
f <sub>1</sub> = 24.784 m <sup>3</sup> /h	w <sub>1</sub> = 24.87 m <sup>3</sup> /h	X <sub>3,2</sub> = 1.239 m <sup>3</sup> /h
f <sub>2</sub> = 23.090 m <sup>3</sup> /h	w <sub>2</sub> = 25.054 m <sup>3</sup> /h	X <sub>8,2</sub> = 2.592 m <sup>3</sup> /h
f <sub>3</sub> = 35.20 m <sup>3</sup> /h	w <sub>3</sub> = 36.268 m <sup>3</sup> /h	X <sub>9,2</sub> = 12.094 m <sup>3</sup> /h
f <sub>4</sub> = 3.822 m <sup>3</sup> /h	w <sub>4</sub> = 4.00 m <sup>3</sup> /h	X <sub>5,3</sub> = 1.046 m <sup>3</sup> /h
f <sub>5</sub> = 2.865 m <sup>3</sup> /h	w <sub>5</sub> = 3.57 m <sup>3</sup> /h	X <sub>8,3</sub> = 0.408 m <sup>3</sup> /h
f <sub>6</sub> = 137.50 m <sup>3</sup> /h	w <sub>6</sub> = 137.50 m <sup>3</sup> /h	X <sub>9,3</sub> = 1.478 m <sup>3</sup> /h
f <sub>7</sub> = 290.96 m <sup>3</sup> /h	w <sub>7</sub> = 290.96 m <sup>3</sup> /h	X <sub>2,5</sub> = 0.253 m <sup>3</sup> /h
f <sub>8</sub> = 20.81 m <sup>3</sup> /h	w <sub>8</sub> = 20.809 m <sup>3</sup> /h	X <sub>9,5</sub> = 0.098 m <sup>3</sup> /h
f <sub>9</sub> = 51.77 m <sup>3</sup> /h	w <sub>9</sub> = 51.77 m <sup>3</sup> /h	X <sub>1,8</sub> = 0.086 m <sup>3</sup> /h
f <sub>10</sub> = 4.00 m <sup>3</sup> /h		X <sub>3,8</sub> = 2.761 m <sup>3</sup> /h
		X <sub>4,8</sub> = 0.144 m <sup>3</sup> /h
		X <sub>5,8</sub> = 0.01 m <sup>3</sup> /h
		X <sub>2,9</sub> = 13.636 m <sup>3</sup> /h
		X <sub>4,9</sub> = 0.034 m <sup>3</sup> /h
		X <sub>2,10</sub> = 4.00 m <sup>3</sup> /h

modelo se recopilaron en octubre de 2000). Entre los principales cultivos destacan el arroz, el maíz, los rosales y el pasto. El caudal de agua de primer uso dedicado a actividades agrícolas es de 593.30 l/s, cuya fuente de abastecimiento principal son los manantiales del acuífero del valle de Cuernavaca (CNA, 2000). La extracción de agua por bombeo a través de pozos profundos fue de 120.70 millones de metros cúbicos al año (Mm<sup>3</sup>/año), y las descargas de manantiales sumaron un total de 175.24 Mm<sup>3</sup>/año (CNA, 1998).

Por otro lado, se considera que la recarga del acuífero asciende a 394.9 Mm<sup>3</sup>/año (CNA, 2000), mientras las extracciones se calculan en ese mismo orden, por lo que se considera que el acuífero se encuentra en equilibrio.

De acuerdo con un estudio realizado por la Comisión Nacional del Agua (2001), el escurrimiento virgen en el tramo comprendido entre los orígenes del río Apatlaco y la estación hidrométrica Zacatepec es de 364.15 millones de m<sup>3</sup> al año (ver cuadro 4).

Donde las entradas están representadas por los retornos y las salidas por usos consuntivos, unidades de riego, explotación industrial y los volúmenes aforados hasta la estación hidrométrica Zacatepec.

**Cuadro 3. Concentración de contaminantes en cada operación**

$C_{i,A,sal}$	$C_{i,B,sal}$	$C_{i,C,sal}$	$C_{i,D,sal}$
$C_{1,A,sal} = 24,897.25 \text{ mg/l}$	$C_{1,B,sal} = 19,580.49 \text{ mg/l}$	$C_{1,C,sal} = 28,500.00 \text{ mg/l}$	$C_{1,D,sal} = 22,9931.99 \text{ mg/l}$
$C_{2,A,sal} = 367.622 \text{ mg/l}$	$C_{2,B,sal} = 282.81 \text{ mg/l}$	$C_{2,C,sal} = 458.85 \text{ mg/l}$	$C_{2,D,sal} = 76.79 \text{ mg/l}$
$C_{3,A,sal} = 3,500.00 \text{ mg/l}$	$C_{3,B,sal} = 2,393.33 \text{ mg/l}$	$C_{3,C,sal} = 1,444.34 \text{ mg/l}$	$C_{3,D,sal} = 1,500.00 \text{ mg/l}$
$C_{4,A,sal} = 15,000.00 \text{ mg/l}$	$C_{4,B,sal} = 4,702.17 \text{ mg/l}$	$C_{4,C,sal} = 293.427 \text{ mg/l}$	$C_{4,D,sal} = 1,500.00 \text{ mg/l}$
$C_{5,A,sal} = 2000.00 \text{ mg/l}$	$C_{5,B,sal} = 6,880.60 \text{ mg/l}$	$C_{5,C,sal} = 9,000.00 \text{ mg/l}$	$C_{5,D,sal} = 7,816.09 \text{ mg/l}$
$C_{6,A,sal} = 9,000.00 \text{ mg/l}$	$C_{6,B,sal} = 8,000.00 \text{ mg/l}$	$C_{6,C,sal} = 7,900.00 \text{ mg/l}$	$C_{6,D,sal} = 200.00 \text{ mg/l}$
$C_{7,A,sal} = 1,550.00 \text{ mg/l}$	$C_{7,B,sal} = 3,000.00 \text{ mg/l}$	$C_{7,C,sal} = 750.00 \text{ mg/l}$	$C_{7,D,sal} = 11,350.00 \text{ mg/l}$
$C_{8,A,sal} = 3,450.00 \text{ mg/l}$	$C_{8,B,sal} = 3,821.65 \text{ mg/l}$	$C_{8,C,sal} = 574.72 \text{ mg/l}$	$C_{8,D,sal} = 6,484.15 \text{ mg/l}$
$C_{9,A,sal} = 1,000.00 \text{ mg/l}$	$C_{9,B,sal} = 666.67 \text{ mg/l}$	$C_{9,C,sal} = 1,130.96 \text{ mg/l}$	$C_{9,D,sal} = 59.96 \text{ mg/l}$
$C_{10,A,sal} = 50.00 \text{ mg/l}$	$C_{10,B,sal} = 50.00 \text{ mg/l}$	$C_{10,C,sal} = 50.00 \text{ mg/l}$	$C_{10,D,sal} = 50.00 \text{ mg/l}$

**Cuadro 4. Balance hidráulico superficial del río Apatlaco, Morelos.**

Gerencia: Regional Balsas	Subcuenca: Apatlaco	Cuenca: Amacuzac	Región hid. 18 A
Corriente: R. Apatlaco	Precipitación anual promedio: 1,005 mm		
Superficie: 697.1 km <sup>2</sup>	Descripción: río Apatlaco desde su origen hasta la estación hidrométrica Zacatepec.		

Ecuación general de continuidad

$$C_p = (U_c + E_x + A_b + \Delta v) - R$$

donde:

- $C_p$  volumen promedio, en Mm<sup>3</sup>.
- $U_c$  uso consuntivo, incluye unidades de riego y el sector público-urbano.
- $E_x$  exportación industrial (ingenio de Zacatepec).
- $A_b$  aguas abajo registrados en la estación hidrométrica Zacatepec.
- $\Delta v$  diferencial de volumen.
- $R$  retornos.

Año	Entradas		Salidas			Público urbano superficial	Esc. Vir. $C_p$
	$R$	E.H. Zacatepec	Ex1	Usos consuntivos DR016	U. de R.		
1990	30.81	241.91	2.76	168.45	0.39	28.13	410.83
1991	30.81	345.63	2.76	146.00	0.39	28.13	492.10
1992	30.81	131.14	2.76	136.15	0.39	28.13	267.76
1993	30.81	141.65	2.76	125.39	0.39	28.13	267.51
1994	30.81	222.36	2.76	122.10	0.39	28.13	344.83
1995	30.81	216.52	2.76	116.80	0.39	28.13	333.79
1996	30.81	216.52	2.76	111.51	0.39	28.13	328.50
1997	30.81	216.52	2.76	106.93	0.39	28.13	323.92
1998	30.81	216.52	2.76	98.30	0.39	28.13	315.29
1999	30.81	216.52	2.76	95.79	0.39	28.13	312.78
Prom.	30.81	216.52	2.76	129.17	0.39	28.13	346.15 Mm3

\* El balance comienza en la estación cero y termina en la estación Zacatepec.

Ilustración. 3. Solución para el caso de estudio con diez operaciones y cuatro contaminantes utilizando el modelo propuesto (Alcocer y Arreguín, 2002).

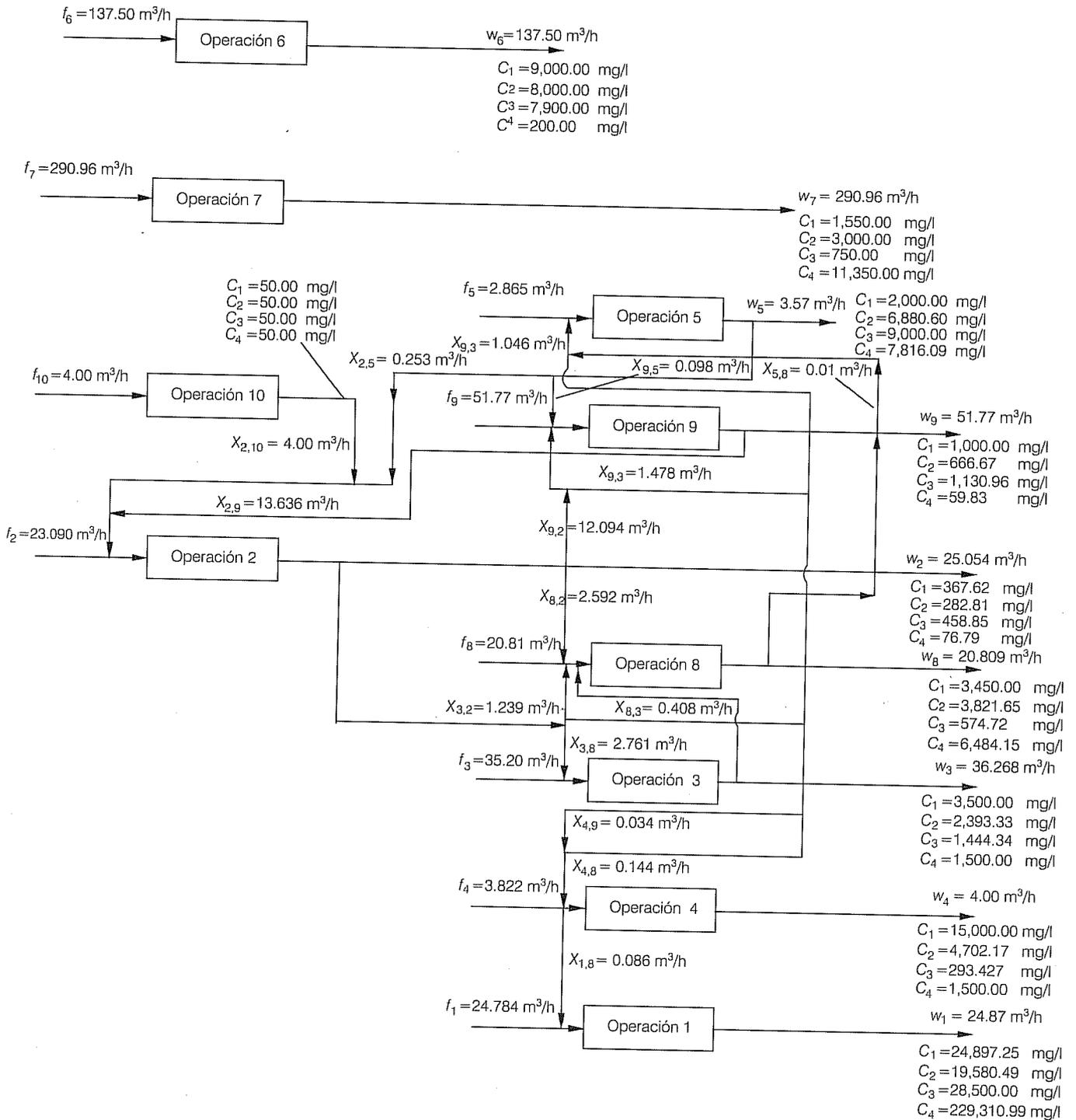
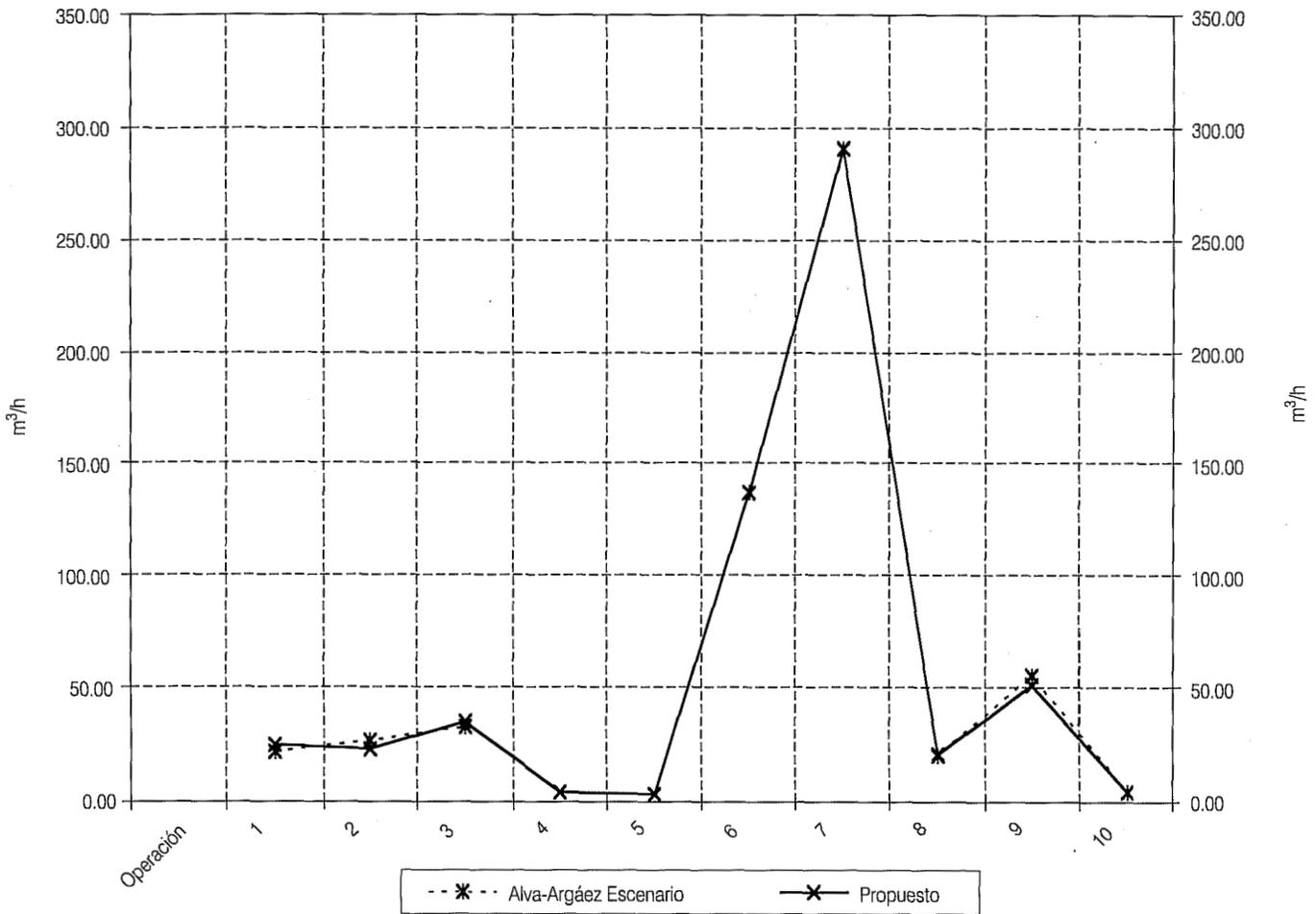


Ilustración. 4. Comparación de los resultados obtenidos con el modelo propuesto y el de Alva-Argáez.



Para el caso de los retornos, se consideró la sumatoria de las descargas municipales indirectas y directas, así como las de hospitales e industrias durante el año (CNA, 1996).

En la salida, el uso consuntivo fue considerado con base en el volumen de extracción en cada toma ubicada sobre el río Apatlaco, así como de la lámina bruta y la superficie bajo riego en cada una de éstas. Todos los datos anteriores fueron proporcionados por el Distrito de Riego 016, ubicado en Galeana, Morelos.

Actualmente, la ciudad de Cuernavaca cuenta con 19 plantas de tratamiento (cuadros 5 y 6) de las cuales diez tratan aguas residuales municipales y nueve, industriales, para un caudal total de 364.15 litros por segundo.

Con la aplicación del modelo aquí planteado se pretende proporcionar una o más estrategias de

operación y planeación del sistema hidráulico para efectuar un uso eficiente y reducir las altas concentraciones de contaminantes en el río Apatlaco. Específicamente, con el modelo se pretende:

- Establecer relaciones caudales-contaminante.
- Minimizar el caudal extraído en las fuentes de abastecimiento.
- Proponer sistemas de tratamiento y reúso de las aguas dentro del sistema Cuernavaca.
- Plantear el uso eficiente del agua en el sistema.

Para analizar la situación actual del uso del agua en el valle de Cuernavaca se hacen las siguientes consideraciones:

**Cuadro 5. Plantas de tratamiento de aguas residuales municipales en la ciudad de Cuernavaca (CNA, 1996).**

Planta	Instalada (l/s)	Operación (l/s)
Zona militar núm. 24	15.00	13.00
Lomas de Cortés	27.00	9.00
U.H. Teopanzolco	38.00	13.00
Pza. Cuernavaca	1.70	1.50
Pza. Jacarandas	0.16	0.15
T-Acapantzingo	400.00	300.00
Inst. Nacional de Salud Pública	4.00	3.00
U.H. Las Águilas	8.00	0.00
Cd. Chapultepec	10.00	0.00
U.H. Los Laureles	8.00	0.00

**Cuadro 6. Plantas de tratamiento de aguas residuales industriales en la ciudad de Cuernavaca (CNA, 1996).**

Planta	Instalada (l/s)	Operación (l/s)
1	23.00	16.00
2	0.90	0.80
3	5.00	3.50
4	—	—
5	4.00	3.60
6	1.40	0.60
7	—	—
8	—	—
9	—	—
10	—	—

Los nombres y ubicación de plantas se omiten por razones de confidencialidad de las empresas.

- a) Los contaminantes considerados son la demanda bioquímica de oxígeno (DBO<sub>5</sub>) y los sólidos suspendidos totales (SST), parámetros establecidos en la NOM-001-ECOL-1996 para descargas a cuerpos receptores.
- b) Las pérdidas de agua en el sistema son las que se anotan a continuación (Ochoa y Bourguett, 1998):

% de fugas en tomas:	16.91%
% de fugas en la red:	15.62%
% de otras fugas:	10.88%
<b>Total:</b>	<b>43.41%</b>

- c) Las plantas de tratamiento de aguas residuales actualmente tratan 339.15 l/s, con una concentración promedio del efluente de DBO<sub>5</sub> y SST de 50 miligramos por litro.

Las concentraciones de DBO<sub>5</sub> y SST, a la salida de cada usuario,  $C_{i,A, \text{sal}}^{\text{máx}}$ , se establecieron de acuerdo con los niveles reportados por la empresa Diseños hidráulicos y tecnología ambiental (1990). Se consideró una concentración de DBO<sub>5</sub> y SST igual a cero en el agua de primer uso (ver cuadro 7).

Con la información anterior se puede presentar la situación actual del uso del agua en Cuernavaca (ilustración 5).

A continuación se analizarán varios escenarios, considerando en todos ellos el cumplimiento de la Norma Oficial Mexicana con relación a la DBO<sub>5</sub> y los SST, estos son:

1. Plantas de tratamiento de aguas residuales actuales trabajando a su capacidad de diseño.
2. Programa de reducción de fugas.
3. Plantas de tratamiento a su capacidad de diseño y programa de reducción de fugas.
4. Construcción de plantas de tratamiento adicionales para depurar todas las aguas residuales.

*Escenario número 1. Plantas de tratamiento trabajando a su capacidad de diseño*

En este escenario se considera que las plantas de tratamiento de aguas residuales municipales trabajarán a su capacidad de diseño de 511.86 l/s. Además, se plantea reusar las aguas en el sector agrícola, y para ello se establece como límite máximo permisible 50 mg/l de carga de DBO<sub>5</sub> y 50 mg/l de SST a la salida de las plantas de tratamiento. En el cuadro 8 se presentan las concentraciones límite a la entrada y salida de cada usuario.

Planteando el sistema de ecuaciones se tiene:

Función objetivo:

$$\sum_i f_i = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 \quad (20)$$

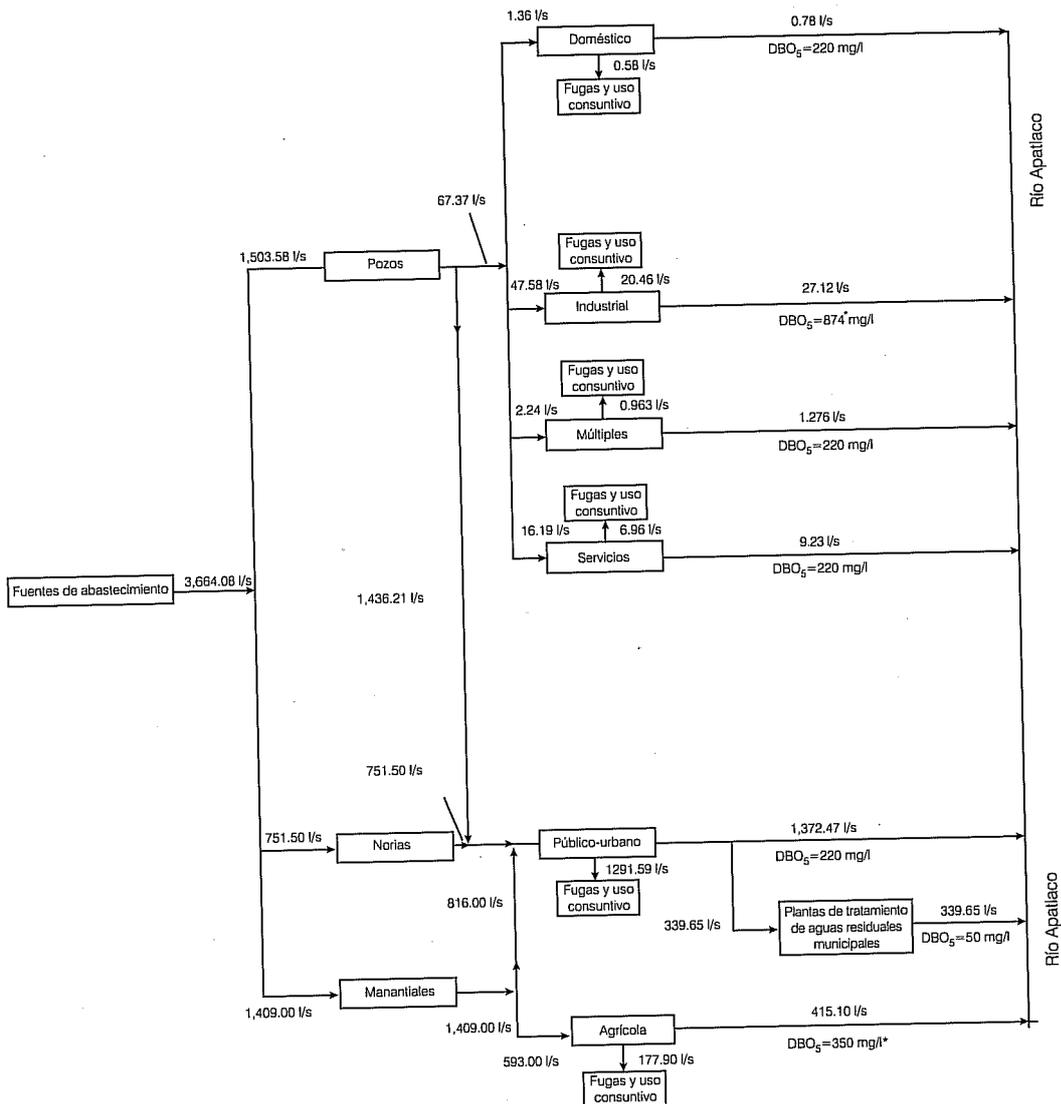
Restricciones asociadas con el sector público-urbano (operación número 1):

$$f_1 + X_{1,2} + X_{1,3} + X_{1,4} + X_{1,5} + X_{1,6} + X_{1,r} - W_1 - X_{2,1} - X_{3,1} - X_{4,1} - X_{5,1} - X_{6,1} - X_{r,1} - f_{\text{perd},1} = 0 \quad (21)$$

Cuadro 7. Concentraciones límite a la entrada y salida de cada usuario. Situación actual.

Usuario	DBO <sub>5</sub>		SST	
	C <sub>i,A,ent</sub> máx mg/l	C <sub>i,A,sal</sub> máx mg/l	C <sub>i,B,ent</sub> máx mg/l	C <sub>i,B,sal</sub> máx mg/l
Público-urbano	0.00	220.00	0.00	220.00
Servicios	0.00	220.00	0.00	220.00
Agricultura	0.00	350.00	0.00	300.00
Múltiples	0.00	220.00	0.00	220.00
Industrial	0.00	874.00	0.00	371.00
Doméstico	0.00	220.00	0.00	240.00

Ilustración 5. Situación actual del uso del agua en la ciudad de Cuernavaca, Morelos (el sector doméstico incluye a los usuarios con fuente de abastecimiento propia) (Alcocer, 2002).



**Cuadro 8. Concentraciones límite a la entrada y salida de cada usuario. Escenario número 1. Los datos de concentración de contaminantes se tomaron del Estudio sobre cuotas por derechos de descarga de aguas residuales, diseños hidráulicos y tecnología ambiental (1990).**

Usuario	$C_{i,A,ent}^{máx}$ mg/l	$C_{i,A,sal}^{máx}$ mg/l	$\Delta m_{i,tot}$ kg/h	$C_{i,B,ent}^{máx}$ mg/l	$C_{i,B,sal}^{máx}$ mg/l	$\Delta m_{i,tot}$ kg/h
Público-urbano	0.00	286.00	1,767.74	0.00	227.00	1,403.07
Servicios	0.00	286.00	9.53	0.00	227.00	7.56
Agricultura	50.00	350.00	449.57	50.00	350.00	449.57
Múltiples	0.00	286.00	1.32	0.00	227.00	1.05
Industrial	0.00	874.00	85.57	0.00	371.00	36.32
Doméstico	0.00	216.00	0.60	0.00	260.00	0.73

$$\begin{aligned}
 & [C_{1,A,ent}^{máx} - C_{2,A,sal}]X_{1,2} + [C_{1,A,ent}^{máx} - C_{3,A,sal}]X_{1,3} \\
 & + [C_{1,A,ent}^{máx} - C_{4,A,sal}]X_{1,4} + [C_{1,A,ent}^{máx} - C_{5,A,sal}]X_{1,5} \\
 & + [C_{1,A,ent}^{máx} - C_{6,A,sal}]X_{1,6} + (C_{1,sal}^{máx} - C_0)X_{1,r} + [C_{1,A,ent}^{máx} f_1] \geq 0
 \end{aligned} \tag{22}$$

$$\begin{aligned}
 & [C_{1,B,ent}^{máx} - C_{2,B,sal}]X_{1,2} + [C_{1,B,ent}^{máx} - C_{3,B,sal}]X_{1,3} \\
 & + [C_{1,B,ent}^{máx} - C_{4,B,sal}]X_{1,4} + [C_{1,B,ent}^{máx} - C_{5,B,sal}]X_{1,5} \\
 & + [C_{1,B,ent}^{máx} - C_{6,B,sal}]X_{1,6} + [C_{1,B,ent}^{máx} f_1] \geq 0
 \end{aligned} \tag{23}$$

$$\begin{aligned}
 & [C_{1,A,sal}^{máx} - C_{2,A,sal}]X_{1,2} + [C_{1,A,sal}^{máx} - C_{3,A,sal}]X_{1,3} \\
 & + [C_{1,A,sal}^{máx} - C_{4,A,sal}]X_{1,4} + [C_{1,A,sal}^{máx} - C_{5,A,sal}]X_{1,5} \\
 & + [C_{1,A,sal}^{máx} - C_{6,A,sal}]X_{1,6} + [C_{1,A,sal}^{máx} f_1] \\
 & + (C_{1,sal} - C_0)X_{1,r} - (C_{1,sal} - C_{1,ent}^{lim})f_{1,perd} = \Delta m_{1,A,tot} \times 10^3
 \end{aligned} \tag{24}$$

$$\begin{aligned}
 & [C_{1,B,sal}^{máx} - C_{2,B,sal}]X_{1,2} + [C_{1,B,sal}^{máx} - C_{3,B,sal}]X_{1,3} \\
 & + [C_{1,B,sal}^{máx} - C_{4,B,sal}]X_{1,4} + [C_{1,B,sal}^{máx} - C_{5,B,sal}]X_{1,5} \\
 & + [C_{1,B,sal}^{máx} - C_{6,B,sal}]X_{1,6} + [C_{1,B,sal}^{máx} f_1] \\
 & + (C_{1,sal} - C_0)X_{1,r} - (C_{1,sal} - C_{1,ent}^{lim})f_{1,perd} = \Delta m_{1,B,tot} \times 10^3
 \end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned}
 & [C_{3,B,ent}^{máx} - C_{1,B,sal}]X_{3,1} + [C_{3,B,ent}^{máx} - C_{2,B,sal}]X_{3,2} \\
 & + [C_{3,B,ent}^{máx} - C_{4,B,sal}]X_{3,4} + [C_{3,B,ent}^{máx} - C_{5,B,sal}]X_{3,5} \\
 & + [C_{3,B,ent}^{máx} - C_{6,B,sal}]X_{3,6} + (C_{3,ent}^{máx} - C_0)X_{3,r} \\
 & + [C_{3,B,ent}^{máx} f_3] \geq 0
 \end{aligned} \tag{26}$$

Por lo anterior, se podrán emplear las siguientes expresiones generales en las operaciones restantes (2 a 6):

$$\sum_{k=1}^{NC} \left[ \sum_{j=1}^{NO} \{ (C_{i,k,sal}^{máx} - C_{j,k,sal}) X_{i,j} \} + C_{i,k,ent}^{máx} f_i \right] \geq 0; (j \neq i) \tag{27}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{k=1}^{NC} \left[ \sum_{j=1}^{NO} \{ (C_{i,k,sal}^{máx} - C_{j,k,sal}) X_{i,j} \} + C_{i,k,sal}^{máx} f_i + (C_{i,sal} - C_0) X_{i,r} \right. \\
 & \left. - (C_{i,sal} - C_{i,ent}^{máx}) f_{i,perd} = \Delta m_{i,k,tot} \times 10^3 \right]; (j \neq i)
 \end{aligned} \tag{28}$$

donde:

- NC, el número de contaminantes empleados.
- NO, el número de operaciones incluidas.
- C<sub>0</sub>, concentración de contaminante a la salida de la planta de tratamiento (mg/l).
- X<sub>i,r</sub>, gasto/efluente de la planta de tratamiento, (m<sup>3</sup>/h).

$f_{i,perd}$  gasto asociado a fugas dentro de la operación  $i$ , ( $m^3/h$ ).

Para el caso de las restricciones asociadas a las plantas de tratamiento, se tiene:

$$\sum_j X_{j,r} = \sum_j X_{r,j} \quad (29)$$

$$\sum_j X_{j,r} = 511.86 \quad (30)$$

Para el caso de las fugas:

$$f_{1,perd} = 0.43f_1 \quad (31)$$

$$f_{2,perd} = 0.43f_2 \quad (32)$$

$$f_{3,perd} = 0.30[f_3 + X_{3,r} + X_{3,1} + X_{3,2} + X_{3,4} + X_{3,5} + X_{3,6}] \quad (33)$$

$$f_{4,perd} = 0.43f_4 \quad (34)$$

$$f_{5,perd} = 0.43f_5 \quad (35)$$

$$f_{6,perd} = 0.43f_6 \quad (36)$$

Al resolver el modelo planteado se obtiene que la demanda del sector agrícola se cubriría de la siguiente manera:

- 511.86 l/s de los efluentes de las plantas de tratamiento de aguas residuales municipales (trabajando a su capacidad de diseño).
- 100% de las aguas residuales provenientes del sector doméstico (0.78 l/s).
- 79.76 l/s de agua de primer uso,
- 0.60 l/s de efluentes del sector de servicios.

El ahorro de agua se refleja directamente en el caudal de primer uso que deja de utilizar el sector agrícola (comparar la ilustraciones 5 y 6). Esto significaría un ahorro aproximado de 513.24 l/s o 16.18 millones de  $m^3$  al año, lo que aumentaría la disponibilidad del acuífero del valle de Cuernavaca de ocho millones a 24.18 millones de  $m^3$  por año, o incrementar la superficie de riego en el valle en 287 ha sembradas con maíz, 608 ha de frijol, 123 ha de caña de azúcar o 484 ha de cebolla, con una lámina neta de riego de 74, 35, 172 o 44 cm, respectivamente, CNA, 1992.

## Escenario número 2. Programa de reducción de fugas

En este planteamiento se considera la realización de un plan integral de reducción de fugas para pasar del 43% actual al 25%. Se considera que las plantas de tratamiento de aguas residuales municipales trabajen con su capacidad actual, es decir, con 339.65 litros por segundo.

La demanda del sector público-urbano de la ciudad de Cuernavaca está cubierta por 3,003.71 l/s provenientes de pozos, norias y manantiales. Sin embargo, debido a las fugas en la red y las tomas domiciliarias, se pierden 1,291.59 l/s (43%) (ilustración 5).

Al reducir las fugas al 25% se contaría con un caudal de 2,463.04 l/s, teniendo una recuperación de 540.67 l/s. Por lo anterior, dentro del conjunto de ecuaciones planteadas anteriormente se agrega la siguiente restricción:

$$f_w = f_i - [f_{pa} \times f_i - f_{pf} \times f_i] \quad (37)$$

donde:

- $f_w$  caudal afectado por las fugas.
- $f_i$  caudal actual abastecido en el sector, l/s.
- $f_{pa}$  porcentaje de pérdidas actual.
- $f_{pf}$  porcentaje de pérdidas a futuro.

Al correr el modelo se obtiene la solución óptima del sistema que se resume a continuación (ilustración 7):

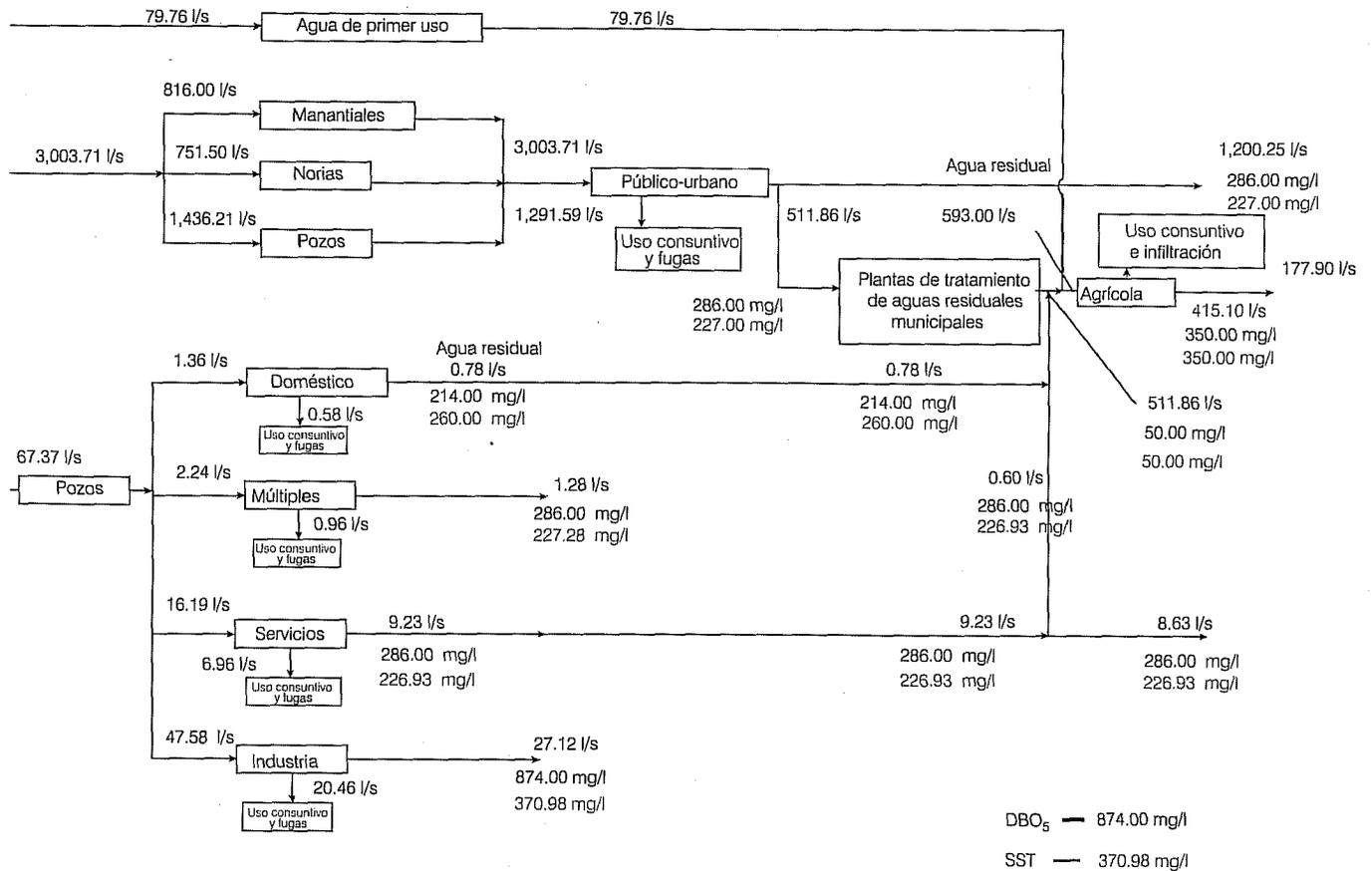
La demanda del sector agrícola se cubriría de la manera siguiente:

- 339.65 l/s, provenientes de los efluentes de las plantas de tratamiento de aguas residuales.
- 9.96 l/s de aguas residuales del sector público-urbano.
- 234.15 l/s de agua de primer uso, provenientes de fuentes superficiales (manantiales) de la zona.

El ahorro de agua se refleja directamente en el caudal de primer uso que deja de utilizar el sector agrícola (comparar ilustraciones 5 y 7).

El total de agua de primer uso utilizada dentro del sistema es de 2,752.47 l/s. Si se compara con la situación actual, se ahorraría aproximadamente un 24.87%, que representan 911.57 l/s del caudal extraído en las fuentes de abastecimiento. Lo anterior representaría un ahorro aproximado de 28.74 millones de  $m^3$  al año, lo que aumentaría la disponibilidad del acuífero del valle de ocho millones de  $m^3$  a 36.74 millones de  $m^3$  año, o incrementar la superficie de riego de 511 ha sembradas con maíz,

Ilustración 6. Escenario número 1. Plantas de tratamiento trabajando a su capacidad de diseño.



1,080 ha de frijol, 219 ha de caña de azúcar o 859 ha de cebolla, con una lámina de riego de 74, 35, 172 y 44 cm, respectivamente.

*Escenario número 3. Plantas trabajando a capacidad de diseño y programa de reducción de fugas al 25%*

Esta es una combinación de los escenarios 1 y 2; es decir, se trata un caudal de 511.86 l/s y las fugas se reducen al 25%.

El sistema de ecuaciones es el planteado en los dos escenarios anteriores; al resolverlo se obtiene lo siguiente (ilustración 8):

La demanda del sector agrícola se cubriría de la manera siguiente:

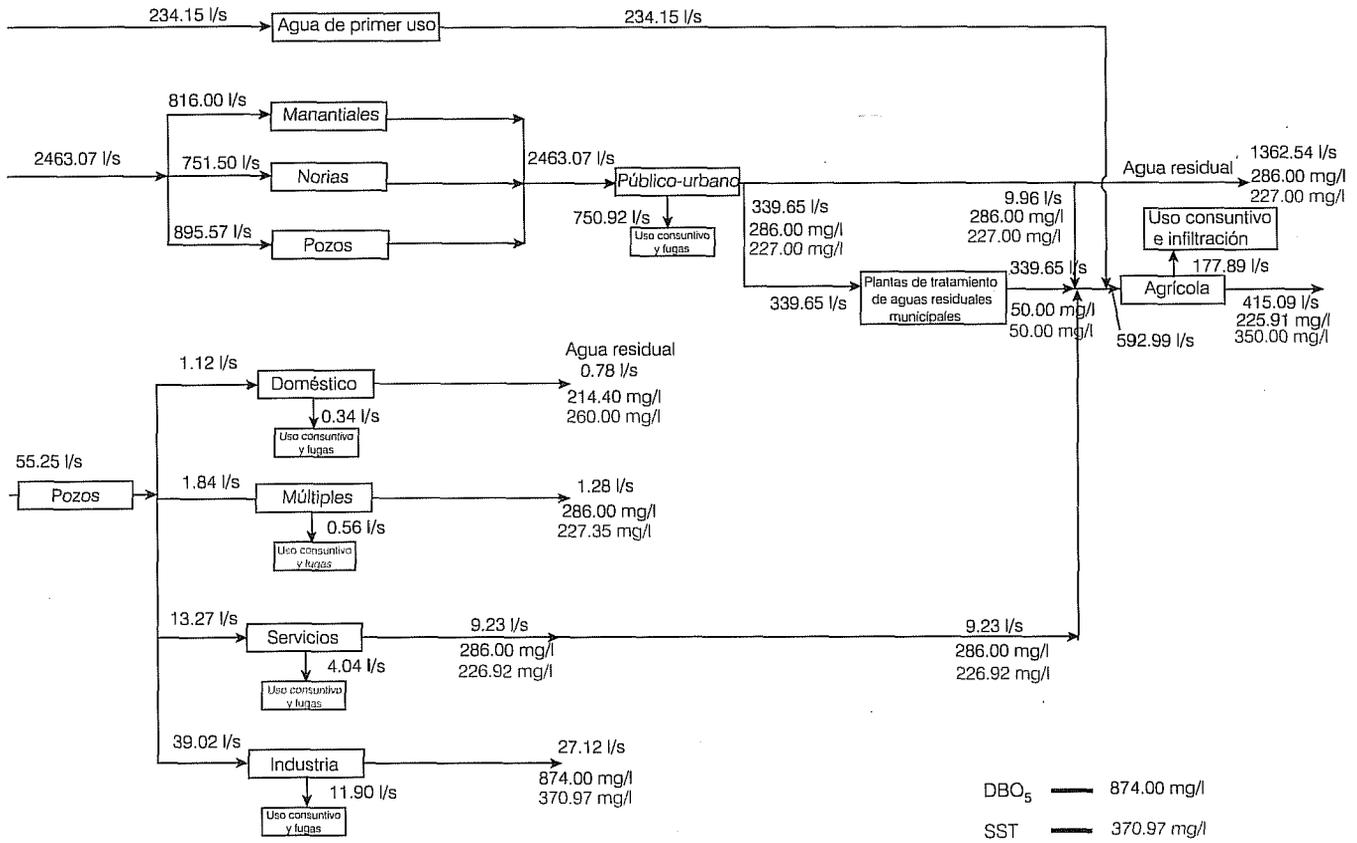
- 511.86 l/s, provenientes de los efluentes de las plantas de tratamiento de aguas residuales.
- 3.27 l/s de aguas residuales del sector público-urbano.
- 68.64 l/s de agua de primer uso, provenientes de fuentes superficiales (manantiales) de la zona.

El total de agua de primer uso utilizada dentro del sistema es de 2,586.96 l/s. Si se compara con la situación actual, puede notarse que se ahorraría hasta un 29.39% del caudal total. Esto significaría un ahorro aproximado de 33.96 millones de m<sup>3</sup> al año, lo que aumentaría la disponibilidad del acuífero del valle de Cuernavaca de ocho a 41.96 millones de m<sup>3</sup> por año, o incrementar la superficie de riego en 603.60 ha sembradas con maíz, 1,276 ha de frijol, 260 ha de caña de azúcar o 1,015 ha de cebolla, con una lámina neta media de riego de 74, 35, 172 o 44 cm, respectivamente.

*Escenario número 4. Construcción de plantas adicionales para tratar todas las aguas residuales*

Además de las consideraciones analizadas en el escenario número 4 (plantas operando a su capacidad de diseño, 25 % de fugas en el sistema y cumplimiento de la NOM-001-ECOL-1996), en éste se plantea la construcción de plantas adicionales, de tal forma que se traten todas las aguas residuales. Así, el sistema de ecuaciones se plantea de la siguiente forma:

Ilustración 7. Escenario número 2. Programa de reducción de fugas.



La función objetivo se mantiene:

$$\sum_i f_i = f_1 + f_2 + f_3 + f_4 + f_5 + f_6 \quad (38)$$

Restricciones asociadas con el sector público-urbano (operación número 1):

$$\begin{aligned} & (C_{1,k,\text{ent}}^{\text{máx}} - C_{2,k,\text{sal}})X_{1,2} + (C_{1,k,\text{ent}}^{\text{máx}} - C_{3,k,\text{sal}})X_{1,3} \\ & + (C_{1,k,\text{ent}}^{\text{máx}} - C_{4,k,\text{sal}})X_{1,4} + (C_{1,k,\text{ent}}^{\text{máx}} - C_{5,k,\text{sal}})X_{1,5} \\ & + (C_{1,k,\text{ent}}^{\text{máx}} - C_{6,k,\text{sal}})X_{1,6} + C_{1,k,\text{ent}}^{\text{máx}} f_1 + (C_{1,k,\text{ent}}^{\text{máx}} - C_0)X_{1,r} \quad (39) \\ & + (C_{1,k,\text{ent}}^{\text{máx}} - C_1)X_{1,r}^* \geq 0 \end{aligned}$$

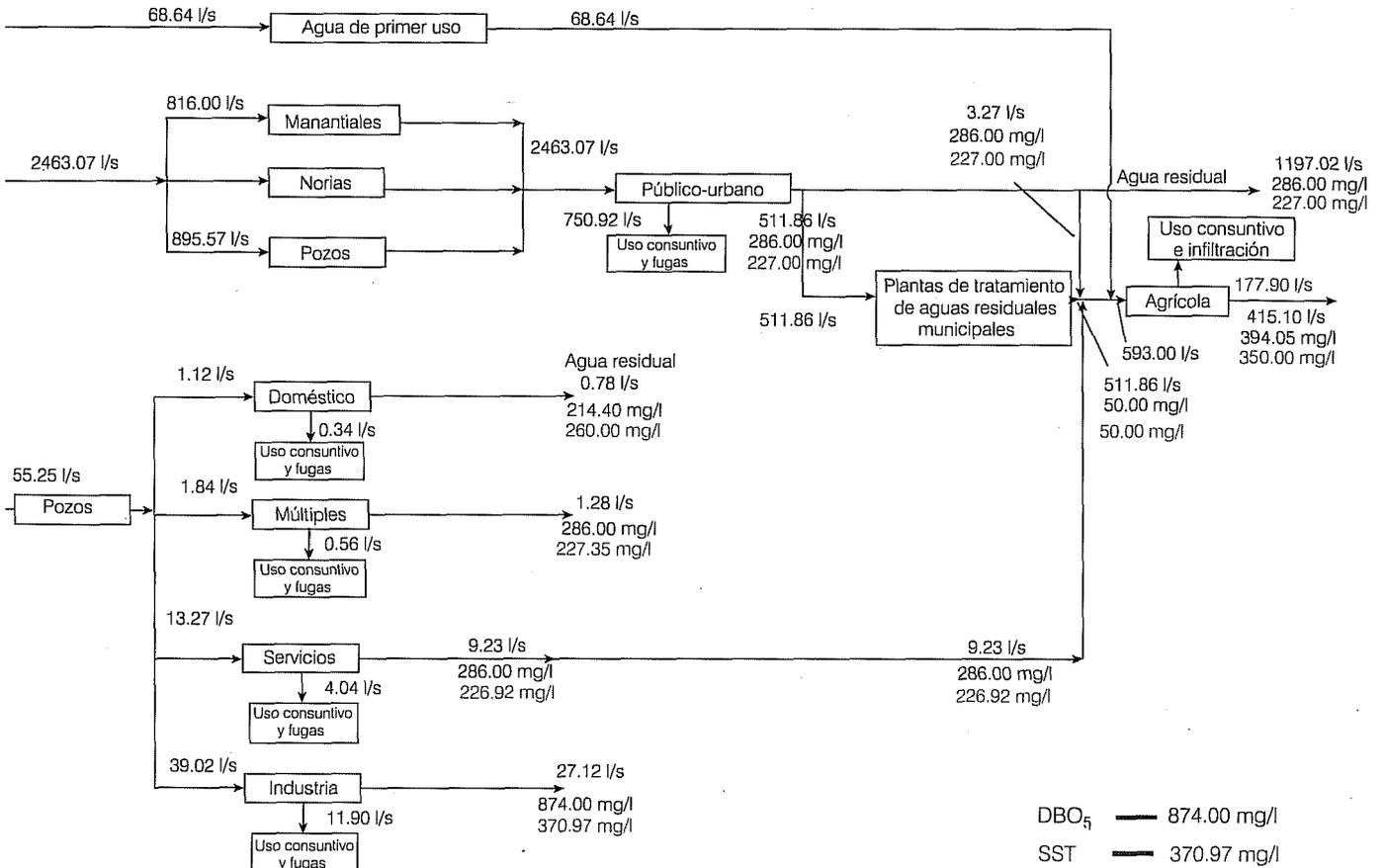
$$\begin{aligned} & f_1 + X_{1,2} + X_{1,3} + X_{1,4} + X_{1,5} + X_{1,6} + X_{1,r} + X_{1,r}^* - W_1 - X_{2,1} \\ & - X_{3,1} - X_{4,1} - X_{5,1} - X_{6,1} - X_{r,1} - X_{r,1}^* - f_{\text{perd},1} = 0 \quad (40) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & (C_{1,k,\text{sal}} - C_{2,k,\text{sal}})X_{1,2} + (C_{1,k,\text{sal}} - C_{3,k,\text{sal}})X_{1,3} \\ & + (C_{1,k,\text{sal}} - C_{4,k,\text{sal}})X_{1,4} + (C_{1,k,\text{sal}} - C_{5,k,\text{sal}})X_{1,5} \\ & + (C_{1,k,\text{sal}} - C_{6,k,\text{sal}})X_{1,6} + (C_{1,k,\text{sal}} - C_0)X_{1,r} \\ & + (C_{1,k,\text{sal}} - C_1)X_{1,r}^* + C_{1,k,\text{sal}}^{\text{máx}} f_1 \\ & - (C_{1,k,\text{sal}} - C_{1,k,\text{ent}}^{\text{máx}})f_{1,\text{perd}} = \Delta m_{1,k,\text{tot}} \times 10^3 \quad (41) \end{aligned}$$

Para el caso de las demás operaciones (de la 2 a la 6) se emplean las siguientes expresiones generales:

$$\sum_{k=1}^{NC} \left[ \sum_{j=1}^{NO} \left\{ (C_{i,k,\text{sal}}^{\text{máx}} - C_{j,k,\text{sal}})X_{i,j} \right\} + C_{i,k,\text{ent}}^{\text{máx}} f_i \right] \geq 0; (j \neq i) \quad (42)$$

Ilustración. 8. Escenario número 3. Funcionamiento de las plantas de tratamiento a su capacidad de diseño y programa de reducción de fugas al 25 por ciento.



$$\sum_{k=1}^{NC} \left[ \sum_{j=1}^{NO} \left\{ (C_{i,k,sal}^{m\acute{a}x} - C_{j,k,sal}) X_{i,j} \right\} + C_{i,k,sal}^{m\acute{a}x} f_i \right] + (C_{i,k,sal} - C_0) X_{i,r} + (C_{i,k,sal} - C_1) X_{i,r}^* - (C_{i,k,sal} - C_{i,k,ent}^{m\acute{a}x}) f_{i,perd} = \Delta m_{i,k,tot} \times 10^3; (j \neq i) \quad (43)$$

Además de las restricciones asociadas con las plantas de tratamiento.

Al resolver el sistema de ecuaciones se obtiene lo siguiente:

- Para alcanzar los objetivos de calidad del agua dentro del sistema, se requiere la construcción de dos plantas de tratamiento de aguas residuales dentro de la ciudad.

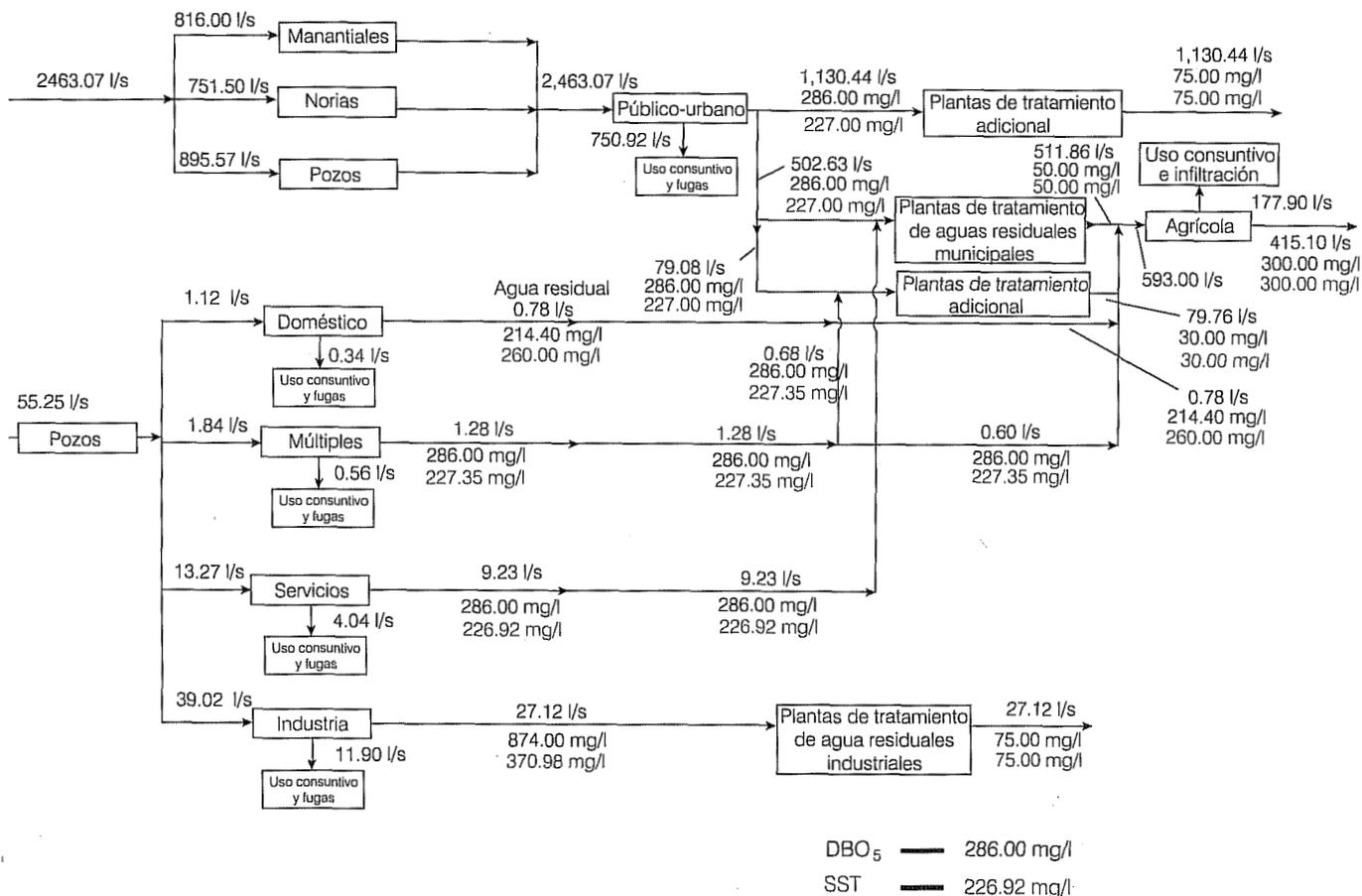
- Una de ellas tendría una capacidad de 81.38 l/s (ilustración 9) y recibiría parte de los efluentes del sector público-urbano y el sector servicios. La segunda trataría el 66% de los efluentes del sector público-urbano, y tendría una capacidad de 1,130.41 litros por segundo.

La demanda del sector agrícola se cubriría de la manera siguiente:

- El total de los efluentes de las plantas de tratamiento de aguas residuales actuales trabajando con su capacidad de diseño, 511.86 y 81.38 l/s, provenientes de una planta propuesta.

Debido a la calidad de los efluentes del sector industrial, éstos serían tratados en forma independiente

Ilustración 9. Escenario número 4. Construcción de plantas de tratamiento adicionales para tratar todas las aguas residuales de la ciudad de Cuernavaca.



por las plantas de tratamiento para aguas residuales industriales existentes.

El ahorro de agua se refleja directamente en el caudal de primer uso que deja de utilizar el sector agrícola (comparar ilustraciones 5 y 9). Esto significaría un ahorro aproximado de 34.15 millones de m<sup>3</sup> al año; es decir, un 31.27%, lo que aumentaría la disponibilidad del acuífero del valle de Cuernavaca de ocho a 44.13 millones de m<sup>3</sup> por año, o incrementar la superficie de riego en 642 ha sembradas con maíz, 1,357 ha de frijol, 276 ha de caña de azúcar o 1,080 ha de cebolla, con una lámina neta media de riego de 74, 35, 172 y 44 cm, respectivamente.

En resumen, esta opción representa una condición ideal del sistema, debido a que todas las aguas residuales reciben algún tipo de tratamiento con el objetivo de mejorar la calidad de los cuerpos receptores; en este caso, del río Apatlaco.

En el cuadro número 9 se muestra un resumen de los resultados obtenidos en las cinco opciones generadas con el modelo propuesto.

## Conclusiones

Disminuir la extracción de agua en las fuentes de abastecimiento de una ciudad, garantizando la calidad que demanda cada usuario, es factible. Esto se puede lograr mediante el empleo de balances de masa, que involucra las cargas contaminantes correspondientes, que fungirán como restricciones dentro de un modelo. Lo anterior se resuelve a través de técnicas de programación no-lineal.

Cuando se aplicó el modelo en Cuernavaca se trataba menos del 10% de las aguas residuales; era notorio que la ciudad no contaba con la infraestructura de tratamiento suficiente y la existente no operaba con la eficiencia requerida. Otro aspecto que requería mejoras era el

Cuadro 9. Resumen de resultados.

Escenario núm.	Volumen ahorrado l/s	Porcentaje de caudal total ahorrado (%)	Área de riego que se podría incrementar (ha)			
			Maíz	Frijol	Caña de azúcar	Cebolla
1	513.24	14.00	287	608	123	484
2	911.57	24.87	511	1,080	219	859
3	1,077.18	29.39	603	1,276	260	1,015
4	1,118.55	31.26	642	1,357	276	1,079

control de pérdidas de agua en el sistema, que eran del 43%; es decir, casi la mitad del caudal abastecido se perdía en tomas domiciliarias y en la red de distribución.

En un primer escenario se consiguió que las plantas trabajaran a su capacidad de diseño, lo que reduciría en un 14% el caudal total extraído las fuentes de abastecimiento (cuadro 9).

En la segunda opción se propuso la incorporación de un plan integral de reducción de fugas, reduciendo en un 24.87% el caudal de agua de primer uso requerido en el sistema (cuadro 9).

En la tercera opción, las plantas de tratamiento de aguas residuales municipales trabajan a su capacidad de diseño (tercera opción), en conjunto con un plan de reducción de fugas, por lo que el ahorro sería de un 29.39%, con relación al consumo actual (cuadro 9).

En la última opción se consideró la instalación de dos plantas de tratamiento de aguas residuales adicionales a las existentes. Éstas tendrían una capacidad de 81.33 y 1,130.41 l/s, respectivamente. Si se compara el total del agua de primer uso utilizada en la última opción con respecto a la situación actual (ilustraciones 5 y 9), el caudal de extracción de las fuentes de abastecimiento se habrá reducido 31.27%. En resumen, este escenario sería la condición ideal para la ciudad de Cuernavaca.

### Agradecimientos

Se agradece los comentarios y observaciones de los doctores Velitchko Tzatchkov, Carlos Mariano Romero, Nahun H. García Villanueva y Heber Saucedo Rojas, así como de los maestros Leonel Ochoa Alejo y Víctor Bourguett Ortiz.

Recibido: 22/10/2002  
Aprobado: 13/08/2003

### Referencias

- ALVA-ARGÁEZ, A., KOKOSSIS, A.C. y SMITH, R. An automated design tool for water and wastewater minimisation. *Chemical Computers Engineering*, 2000.
- ALCOCER, V. y ARREGUÍN, C.F. Minimización de agua de primer uso en procesos industriales a través de técnicas de optimización. *Memorias en disco compacto del XX Congreso Latinoamericano de Hidráulica. Sección hidráulica ambiental*. La Habana, Cuba, octubre de 2002.
- ALCOCER, V. Uso eficiente del agua en la ciudad de Cuernavaca, Morelos, México. *Memorias del 1er. Simposium Internacional de Gestión Integral del Agua y Medio Ambiente*. Barquisimeto, Venezuela, septiembre de 2002.
- ARREGUÍN, F. y ALCOCER, V. Modelo de uso eficiente del agua para la optimización de fuentes de abastecimiento. *Memorias del Congreso Internacional "Optimización del aprovechamiento regional del agua"*. Asociación Mexicana de Aguas, AMAAC-American Water Works Association, AWWA, septiembre de 2001.
- ARREGUÍN, F. Uso eficiente del agua en ciudades e industrias. *Memorias del Seminario Internacional sobre Uso Eficiente del Agua*. México, octubre de 1991, pp. 763-769.
- ARREGUÍN, F. Uso eficiente del agua. *Ingeniería hidráulica en México*. Vol. VI, núm. 2, mayo-agosto, 1991, pp. 9-22.
- CNA. *Estudio sobre cuotas por derechos de descarga de aguas residuales. Informe final. Diseños hidráulicos y tecnología ambiental*. Subdirección General de Planeación y Finanzas, 1990.
- CNA. *Características de los distritos de riego, año agrícola 1992*. Subdirección General de Infraestructura Hidroagrícola, Gerencia de Distritos de Riego, SARH, 1992, pp. 627-631.
- CNA. *Estudio de clasificación del río Apatlaco*. México, D.F.: Comisión Nacional del Agua, Gerencia Estatal Morelos, Subgerencia Técnica, Departamento de Saneamiento y Calidad del Agua, 1996.

- CNA. *Actualización hidrogeológica del acuífero de Cuernavaca, estado de Morelos, 1999*. México, D.F.: Comisión Nacional del Agua, febrero, 2000.
- CNA. *Gerencia Regional Balsas*. México, D.F.: Comisión Nacional del Agua, 2001.
- GAMS/MINOS, <http://www.gams.com> [en línea].
- INEGI. [www.inegi.gob.mx](http://www.inegi.gob.mx) [en línea]. 2001.
- INEGI. *Conjuntos de datos vectoriales*. Carta topográfica Cuernavaca, escala 1:50000, 1999.
- MANN, G.J. y LIU, Y.A. *Industrial water reuse and wastewater minimization*. New York: Mc Graw-Hill, 1999.
- MARIANO, R.C., ALCOCER, Y.V., MORALES, M.E. Design of water-using systems through multiobjective approach. *Proceedings of the genetic and evolutionary computation conference*. *Learning, adaptation, approximation in evolutionary computation workshop session*. Chicago, julio de 2003, pp. 186-189.
- METCALF AND EDDY, INC. *Wastewater engineering treatment disposal*. Segunda edición. New York: McGraw-Hill, 1979.
- MUJERIEGO, R. *Riego con agua residual municipal tratada. Manual práctico*. Universidad Politécnica de Cataluña, Barcelona, 1990.
- OCHOA, L. y BOURGUETT, V. *Reducción integral de pérdidas*. México. D.F.: Instituto Mexicano de Tecnología del Agua, Comisión Nacional del Agua, septiembre de 1998.
- WANG, Y.A. y SMITH, R. Design of distributed effluent treatment systems. *Chemical engineering science*. Vol. 49, núm. 18, 1994, pp. 3127-3145.
- WANG, Y.A. y SMITH, R. Wastewater minimisation. *Chemical engineering science*. Vol. 49, núm. 18, 1994, pp. 981-1006.

### Abstract

ARREGUÍN-CORTÉS, F.I. & ALCOCER-YAMANAKA, V.H. Systemic modeling of the efficient use of water. Hydraulic engineering in México (in Spanish). Vol. XIX, no. 3, July-September, 2004, pp. 83-102.

A mathematical optimization model is introduced to determine the minimum amount of first-use water that should be supplied to a hydraulic system (urban, agricultural, industrial, or at a basin level), considering the specific demands of each user, the treated and waste water quality, leaks, reuse, and any number of water contaminants. The General Algebraic Modeling System (GAMS) was used as the optimization platform. The developed model was implemented in the City of Cuernavaca, producing several scenarios to satisfy the needs of all the users in quantity and quality, for different operating conditions of the existing wastewater treatment plants, the construction of those required to treat all wastewater and use it in an optimum way, the water within the system, and leak control. BOD and total suspended solids were included in the analysis. In a first scenario, wastewater treatment plants working at full design capacity were considered, and we found that the total flow extracted from the supply sources could be reduced by 14 %. In a second option, the incorporation of an integrated leak reduction plan was considered to reduce by 24. 87% the required first-use water flow in the system. Combining both scenarios, the savings would be of 29.39%. In the last option, the installation of two wastewater treatment plants in addition to the existing ones was considered. These new plants would have a capacity of 81.33 and 1130.41 l/s, respectively; therefore, the extraction flow from the supplying sources would be 31.26 % less. Of course, this scenario would be the ideal condition for the City of Cuernavaca, since pressure on the supplying sources would be reduced, or the agricultural border could be enlarged given the currently steady water source. In both cases, quality water (i.e. complying with the corresponding official Mexican standards) would be available for any use within the system.

**Keywords:** efficient use, model, systemic, optimization techniques.

#### Dirección institucional de los autores:

Dr. Felipe I. Arreguín-Cortés

Comisión Nacional del Agua,  
Avenida Insurgentes Sur 2140, 1<sup>er</sup> piso,  
Colonia Ermita, Delegación Álvaro Obregón,  
CP 01070 México, D.F.,  
teléfono: + (52) (55) 5481 4282,  
felipe.arreguin@cna.gob.mx

M. en I. Víctor H. Alcocer-Yamanaka

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua,  
Coordinación de Tecnología Hidráulica,  
Paseo Cuauhnáhuac 8532,  
colonia Progreso,  
62550 Jiutepec, Morelos, México,  
teléfono: + (52) (777) 329 3600, extensión 206,  
valcocer@tiafoc.imta.mx