

Artículo publicado en el Repositorio Institucional del IMTA

<i>Título</i>	Modelo hidráulico para redes de agua potable con tomas domiciliarias.
<i>Autor / Adscripción</i>	José Óscar Guerrero Angulo Universidad Autónoma de Sinaloa Felipe Arreguín Cortés Instituto Mexicano de Tecnología del Agua
<i>Publicación</i>	Ingeniería Hidráulica en México, 17(1): 31-48
<i>Fecha de publicación</i>	2002
<i>Resumen</i>	Se presenta un modelo de simulación hidráulica para redes de agua potable en el cual se incluyen elementos como las tomas domiciliarias, los tubos de distribución con gasto espacialmente variado y la red secundaria, resolviendo el número de ecuaciones que sería necesario plantear en un modelo convencional mediante un procedimiento indirecto para la solución de grandes sistemas de ecuaciones. En las tomas domiciliarias se considera que su funcionamiento depende de las presiones y la forma en que los usuarios operan las llaves de las mismas. Este planteamiento permite conocer mejor el funcionamiento de las redes de abastecimiento de agua potable y solucionar problemas que requieren de una simulación hidráulica más precisa, como el comportamiento de la calidad del agua, las fugas en las redes y la influencia reguladora de los tinacos de las casas.
<i>Identificador</i>	http://hdl.handle.net/123456789/744

Modelo hidráulico para redes de agua potable con tomas domiciliarias

José Óscar Guerrero Angulo

Universidad Autónoma de Sinaloa

Felipe Arreguín Cortés

Instituto Mexicano de Tecnología del Agua

Se presenta un modelo de simulación hidráulica para redes de agua potable en el cual se incluyen elementos que no se toman en cuenta actualmente, como las tomas domiciliarias, los tubos de distribución con gasto espacialmente variado y la red secundaria, resolviendo el número de ecuaciones que sería necesario plantear en un modelo convencional mediante un procedimiento indirecto para la solución de grandes sistemas de ecuaciones. En las tomas domiciliarias se considera que su funcionamiento depende de las presiones y la forma en que los usuarios operan las llaves de las mismas. Este planteamiento permite conocer mejor el funcionamiento de las redes de abastecimiento de agua potable y solucionar problemas que requieren de una simulación hidráulica más precisa, como el comportamiento de la calidad del agua, las fugas en las redes y la influencia reguladora de los tinacos de las casas.

Palabras clave: redes de agua potable, revisión hidráulica, tubos a presión, tomas domiciliarias, red secundaria, tinacos, grandes sistemas de ecuaciones.

Introducción

En una red de agua potable existen muchos elementos hidráulicos y no es fácil considerarlos a todos en un análisis riguroso. Los métodos convencionales de simulación eliminan algunos de ellos y utilizan hipótesis simplificadoras de modelación de los mismos.

Con estos métodos no se modelan hidráulicamente las tomas domiciliarias, sino que se asigna un gasto de consumo con base en información que se obtiene de una *curva de demanda*. Para modelar a los tubos de distribución se considera que las tomas se concentran en los extremos de los tubos y se elimina la red secundaria. Esto ha ocasionado que algunos problemas no se hayan resuelto satisfactoriamente, como la calibración de geometrías y fugas de agua de los tubos, y el comportamiento de la calidad del agua.

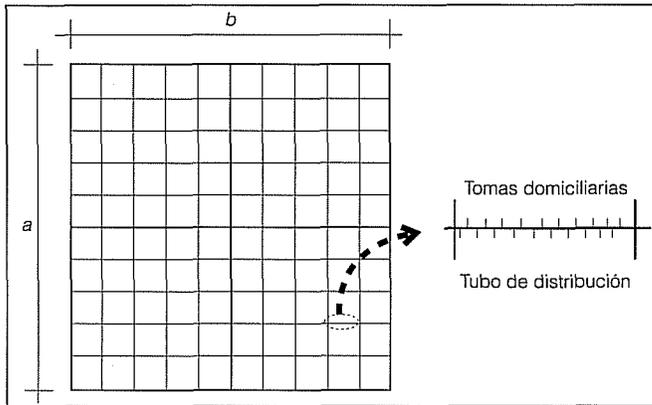
Al simular el comportamiento de la calidad del agua en una red con los modelos actuales no se tienen datos sobre los gastos en la red secundaria ni en las tomas domiciliarias y por lo tanto dicha simulación no es totalmente confiable (Transley y Brammer, 1993).

También existen otros problemas en las redes de agua potable como la revisión, el diseño óptimo y la confiabilidad, sobre los cuales influye en diferente medida la forma de modelar los elementos que conforman dichas redes.

Para mejorar la precisión de la simulación hidráulica es necesario entonces considerar la influencia de las tomas, tubos de distribución y red secundaria; teniendo en cuenta que esto incrementa sustancialmente el número de ecuaciones a resolver, lo cual representa otro problema. Aquí se propone un modelo para redes de agua potable (Guerrero, 1997), en el cual se incorporan los elementos hidráulicos citados anteriormente, sin aumentar el número de ecuaciones que se resuelven de forma simultánea.

En este modelo se plantea resolver las ecuaciones de continuidad en función de las energías en los nodos. Por ejemplo, en una red de agua potable con cien manzanas (ilustración 1), si se usara algún modelo de simulación hidráulica convencional que considera únicamente la red primaria, se necesitarían plantear ocho ecuaciones de continuidad. Sin embargo, si se toma

Ilustración 1. Red de distribución de agua potable de forma rectangular.



en cuenta la red secundaria, se requiere un total de 120 ecuaciones de continuidad, y si además se incluyen las tomas domiciliarias, es necesario considerar en total 2,120 ecuaciones de continuidad.

Este importante incremento en el número de ecuaciones representa uno de los obstáculos más fuertes para los modelos actuales debido a la demanda exagerada de capacidad de memoria de la computadora y las complicaciones en la solución directa de grandes sistemas de ecuaciones, sobre todo si se pretende el uso de computadoras personales.

Para considerar la influencia de las tomas domiciliarias y de la red secundaria se empleó un método indirecto de solución de grandes sistemas de ecuaciones. Para ello se propuso una nueva estrategia de modelación hidráulica de los elementos, en cuyo procedimiento se contemplan dos nuevos conceptos: *cuerda* y *nodo principal*, y su propósito es modelar los tubos, bombas y elementos accesorios conectados en serie, incluyendo los gastos que se derivan a las tomas domiciliarias y la red secundaria, todos ellos en una sola ecuación para evitar en el sistema a las ecuaciones de continuidad que se forman en los nodos intermedios de dichos elementos. Se propone un procedimiento donde se resuelve por separado a la red primaria y a un conjunto de subredes secundarias, con la ventaja de resolver sistemas de ecuaciones mucho más pequeños que el que se forma considerando un solo sistema.

De esta manera, por un lado se plantea la solución de un sistema de ecuaciones de la red primaria, cuya dimensión es igual a la de los modelos actuales. La solución de un sistema de ecuaciones por cada subred secundaria se plantea por separado, con un número de ecuaciones igual al número de nodos que se forman en las uniones de los tubos de distribución de la subred secundaria correspondiente.

Modelación de las tomas domiciliarias

Una toma domiciliaria está integrada por un tubo alimentador que se conecta por un extremo a la red de distribución y, por el otro, a una o varias llaves, una cisterna o un tinaco, como se indica en la ilustración 2a. La toma domiciliaria puede ser de tres tipos: 1) toma sin tinaco o cisterna, 2) toma con alimentación a la red domiciliaria y al tinaco o cisterna, y 3) toma con alimentación directa al tinaco o cisterna.

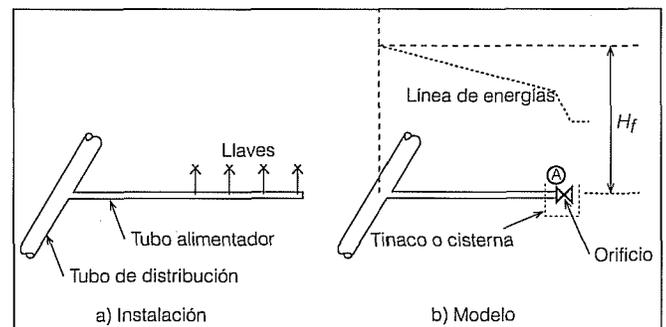
En los sistemas de agua potable, las llaves de las tomas domiciliarias son usadas continuamente por los habitantes de la vivienda. Para considerar este hecho es necesario plantear una ecuación que relacione la operación de la toma con las pérdidas de energía por conducción.

El primer efecto se modela suponiendo que existe un orificio por donde sale el agua de la toma, cuya área es variable durante el día, dependiendo de la operación que hagan los usuarios (ilustración 2b). El orificio de descarga se considera ubicado en el cuadro de la toma a una altura promedio de las llaves de la vivienda, o en el tinaco o cisterna cuando la descarga de agua es directa a éstos.

Las pérdidas de energía por conducción se calculan a partir de la conexión de la toma con la red hasta el punto donde hipotéticamente existe un orificio de salida del agua. En el caso de una descarga directa a un tinaco o cisterna normalmente hay una válvula de flotador que automáticamente se abre y se cierra, dependiendo del consumo de los usuarios, de la capacidad de regulación del depósito y de las presiones existentes en la red. Cabe destacar que en este caso hay una gran correspondencia entre el orificio hipotético y el real.

Si se aplica la ecuación de la energía (ilustración 2b) desde la conexión de la toma hasta el punto A donde se ubica el orificio de descarga, se tiene que:

Ilustración 2. Toma domiciliaria.



$$H_f = h_{f_{alimentador}} + \frac{P_{vivienda}}{\gamma} + \frac{8}{\pi^2 g D^4} Q^2 \quad (1)$$

donde:

Q = gasto que fluye por la toma.

D = diámetro del tubo alimentador de la toma.

g = aceleración de la gravedad.

$P_{vivienda}$ = presión manométrica en el punto donde se ubica el orificio de descarga.

γ = peso específico del agua.

Si en la toma existe una descarga directa a una cisterna o un tinaco, H_f es igual a la energía hidráulica total que existe en el nodo donde se conecta la toma, menos la elevación de la válvula de flotador, y $h_{f_{alimentador}}$ es la suma de pérdidas de energía que se generan desde el punto de conexión de la toma hasta un punto inmediatamente antes de la válvula de flotador.

Si en la toma no existe tinaco o cisterna, o si éste existe, pero la descarga no es directa, H_f es igual a la energía hidráulica total existente en el nodo de conexión de la toma, menos la elevación promedio de las llaves de servicio de la vivienda, y $h_{f_{alimentador}}$ es la suma de pérdidas de energía que se presentan desde el punto de conexión de la toma hasta un punto inmediatamente antes de las llaves referidas.

De la ecuación de un orificio, el gasto vale:

$$Q = K \left(\frac{P_{vivienda}}{\gamma} \right)^{1/2} \quad (2)$$

donde la variable K es el *coeficiente de operación de la toma*, el cual se obtiene de un estudio de campo y sirve para medir el grado de apertura del orificio. Este término también incluye las fugas de agua que existen dentro de la vivienda.

Definiendo a:

$$K_0 = \left(\frac{1}{K} \right)^2 \quad (3)$$

y sustituyendo la ecuación 3 en la 2 se obtiene:

$$\frac{P_{vivienda}}{\gamma} = K_0 Q^2 \quad (4)$$

La pérdida total de energía en el tubo alimentador, considerando las pérdidas menores debidas a los accesorios, es:

$$h_{f_{alimentador}} = h_{f_{tubo}} + \frac{8 \sum k}{\pi^2 g D^4} Q^2 \quad (5)$$

donde k es un factor de pérdida local que se obtiene experimentalmente y que se puede tomar de cualquier manual de hidráulica general.

Las pérdidas de energía en un tubo se calculan utilizando la ecuación propuesta por Guerrero (1995)

$$h_f = M Q^2 \quad (6)$$

donde:

$$M = \frac{0.203L}{g D^5 \left(\log \left(\frac{\epsilon/D}{3.71} + \frac{G}{Re^T} \right) \right)^2} \quad (7)$$

con la que se obtienen prácticamente los mismos resultados de las ecuaciones de Darcy-Weisbach y Colebrook-White. En la ecuación 7:

L = longitud del tubo alimentador.

Re = número de Reynolds.

G y T = constantes que dependen del número de Reynolds, cuyos valores son:

$G = 4.555$	$T = 0.8764$	para $4000 \leq Re \leq 10^5$
$G = 6.732$	$T = 0.9104$	para $10^5 < Re \leq 3 \times 10^6$
$G = 8.982$	$T = 0.93$	para $3 \times 10^6 < Re \leq 10^8$

Sustituyendo las ecuaciones 4, 5 y 6 en la 1 se obtiene:

$$H_f = \left(M + \frac{8(1 + \sum k)}{\pi^2 g D^4} + K_0 \right) Q^2 \quad (8)$$

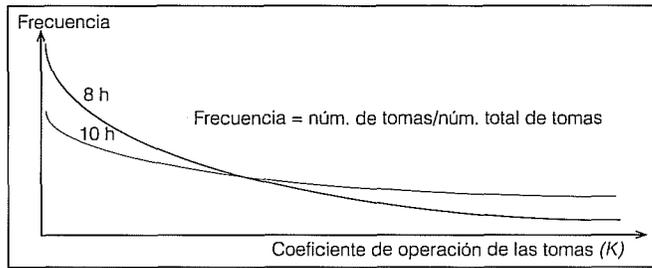
Esta ecuación modela el funcionamiento de la toma domiciliaria a partir del punto de conexión con la red.

Operación de las tomas

Para obtener los valores de K de la ecuación 2 se efectúa la calibración en campo de cada uno de los tipos de tomas, con base en un estudio sobre una muestra representativa de los mismos. A continuación se describe un procedimiento general para obtener las curvas de operación de las tomas:

1. Se seleccionan zonas de viviendas cuyas tomas domiciliarias presenten características geométricas y condiciones similares de operación. Durante periodos de 24 horas se miden los gastos en los tubos alimentadores y las presiones en la elevación promedio de las llaves de servicio de la vivienda. Si en la toma existe una alimentación directa a una cisterna o a un tinaco, la presión se mide en la válvula de flotador.

Ilustración 3. Curva de frecuencias relativas del coeficiente de operación de las tomas K.



2. Con el gasto y la presión registrados se obtienen los valores de K de cada toma mediante el empleo de la ecuación 2. Los resultados se presentan como se indica en la ilustración 3, la cual relaciona los valores de K con la frecuencia para las diferentes horas del día.

3. Se repite el paso 2 para diferentes días del año, a fin de obtener la variación del comportamiento de las curvas.

El diseño de la red de agua potable deberá realizarse con las curvas de operación de las tomas correspondientes al día de mayor consumo.

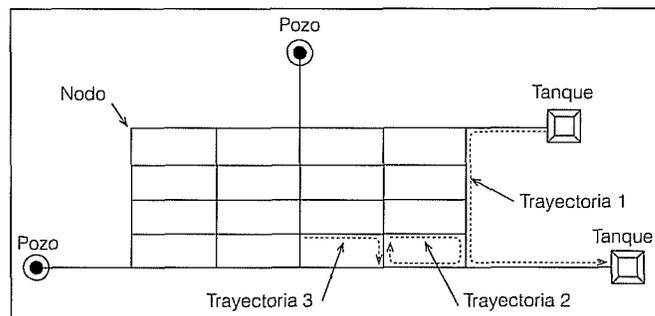
Definición de conceptos

En una red de agua potable existen *elementos internos* y *de frontera*. Los *elementos internos* son los tubos, bombas y diferentes tipos de válvulas. Los *elementos de frontera* son los tanques en contacto con la atmósfera, los pozos y las descargas libres, entre otros. Es decir, son aquellos que proporcionan entrada o salida del agua a la red.

Los siguientes conceptos básicos se aplican en el análisis hidráulico de redes de tuberías (Guerrero, 1989 y 1997).

Recorrido. Es una trayectoria sobre los elementos internos de la red con un sentido arbitrario, pasando

Ilustración 4. Esquema de una red de tubos.



por un punto sólo una vez. La trayectoria puede iniciar y terminar en el mismo punto, o en puntos diferentes si en ellos se conecta un elemento de frontera.

Recorrido cerrado o circuito. Es aquel que inicia y termina en un mismo punto.

Recorrido abierto. Inicia y termina en un punto diferente, y en cada uno de ellos se conecta un elemento de frontera.

En la ilustración 4, la trayectoria 1 es un recorrido abierto, la trayectoria 2 es un recorrido cerrado o circuito, sin embargo, la trayectoria 3 no es un recorrido, ya que inicia y termina en un punto diferente y no se conecta a ellos un elemento de frontera.

Nodo. Es un punto donde se conectan dos o más elementos, ya sean internos o de frontera, o solamente un elemento interno si se trata de un punto extremo de la red (ilustración 4).

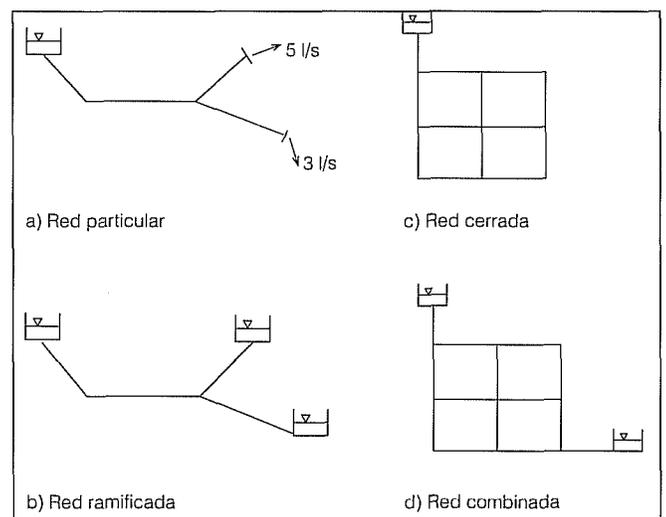
Los *elementos internos* se localizan en medio de dos nodos, y los *de frontera*, conectados en un solo nodo. La energía o el gasto en el nodo donde se conecta un elemento de frontera debe obtenerse aplicando una ley particular que describe su funcionamiento. Una toma domiciliaria se conecta en un solo punto de la red de distribución, es por ello que puede modelarse como un elemento de frontera usando la ecuación 8.

De acuerdo con los tipos de recorridos que se forman en una red de tubos, existen cuatro clases de redes:

Red particular. Es donde no existen recorridos (ilustración 5a).

Red ramificada. Es aquella donde se forman únicamente recorridos abiertos (ilustración 5b). Dentro de este tipo de red se encuentra la *red en serie*, donde existe un solo recorrido.

Ilustración 5. Diferentes tipos de redes de tubos.



Red cerrada. Es donde se forman solamente recorridos cerrados (ilustración 5c). Dentro de éste se encuentra la *red en paralelo*.

Red combinada. En este tipo de red existen tanto recorridos abiertos como cerrados (ilustración 5d).

La red combinada es la que normalmente se encuentra en la mayoría de las redes de tubos, la cual puede conformarse por un conjunto de redes más elementales como son las particulares, ramificadas y cerradas. El conjunto de redes ramificadas es un caso especial en que nos interesa analizar su solución para los propósitos del método que se desea plantear.

Una red de tubos debe resolverse aplicando las ecuaciones de continuidad en los nodos y las ecuaciones de energía en los recorridos. Aunque una red ramificada se resuelve planteando varias ecuaciones de recorrido, aquí se propone un procedimiento que permite obtener el resultado sobre un solo recorrido.

Con el propósito de tener una base para exponer el procedimiento de simulación hidráulica propuesto, a continuación se definen otros conceptos necesarios.

Tubo de distribución. Es un tubo que tiene tomas domiciliarias conectadas o en el cual existen fugas de agua. Es decir, se conectan elementos de frontera con salida de agua.

Tubo sin distribución. Es un tubo que no tiene tomas domiciliarias conectadas ni fugas de agua.

Cuerda. Es un conjunto de elementos internos o de frontera formando una red ramificada o en serie que pertenecen a la red primaria o secundaria, en los cuales se puede transportar, derivar y controlar diferentes flujos y se define un *recorrido* para darle solución. Si la cuerda pertenece a la red primaria, en las uniones de los elementos internos pueden conectarse tubos de la red secundaria.

Ilustración 6. Cuerdas en la red primaria y secundaria.

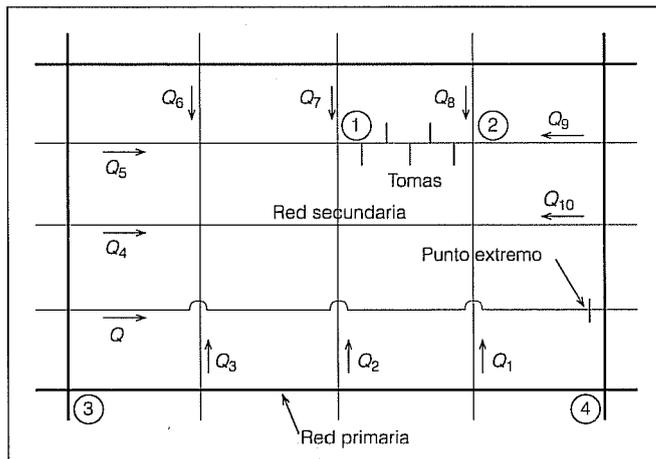
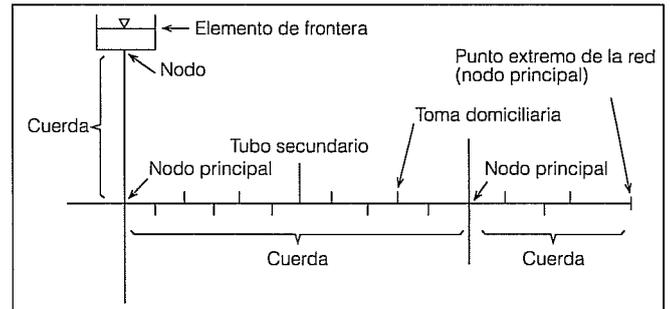


Ilustración 7. Cuerdas y nodos principales en una red de agua potable.



En la ilustración 6, entre los puntos 1 y 2 existe una cuerda de la red secundaria, y el conjunto de elementos que se conectan entre los puntos 3 y 4 forman una cuerda de la red primaria.

Nodo principal. Es un nodo donde se unen dos o más cuerdas, o solamente una cuerda si es un punto extremo de la red, donde el gasto que ingresa o que sale de la red es conocido (ilustración 7).

En los extremos de una cuerda pueden existir nodos principales o elementos de frontera. También puede suceder que no exista un nodo principal si sus dos extremos son elementos de frontera.

Ilustración 8. Cuerda de frontera.

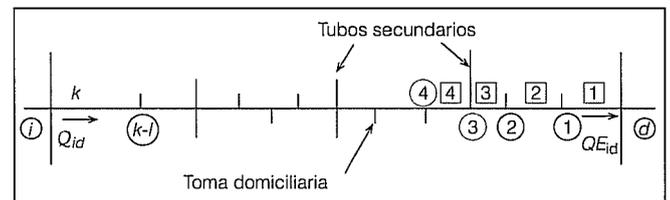
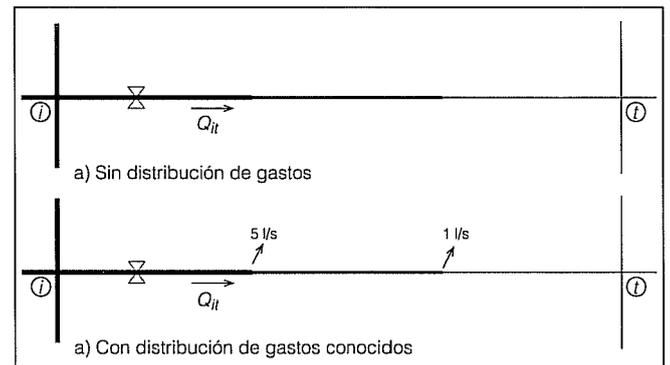


Ilustración 9. Cuerda interna.



Cuerda de frontera. Es una cuerda que tiene tubos de distribución o a la cual se conectan tubos de la red secundaria, donde alguno de los gastos que se distribuyen o las energías de los extremos de la cuerda son variables definidas por elementos de frontera (ilustración 8).

Cuerda interna. Es una cuerda que no tiene tubos de distribución ni conexiones de la red secundaria o cuando los gastos que se distribuyen son valores conocidos, cuyos extremos de la cuerda son nodos principales (ilustración 9).

Modelación de las redes primaria y secundaria

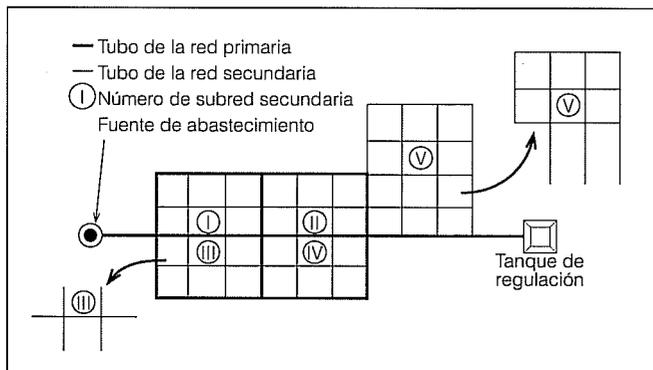
El primer paso se trata de dividir a la red secundaria en varias subredes secundarias. El procedimiento consiste en encontrar primeramente al conjunto de redes conexas (George y Liu, 1981), considerando que los nodos de la red primaria son puntos donde se desconecta la red secundaria; enseguida, designar subred secundaria a cada una de las redes conexas o a un conjunto de ellas ubicadas en una misma área. En la ilustración 10 se muestra una red de agua potable donde aparecen la red primaria y las subredes secundarias.

Para modelar a las redes primaria y secundaria se propone un procedimiento iterativo de la siguiente manera:

1. Se determinan las redes primaria y secundaria, esta última compuesta por un conjunto de subredes secundarias. En los puntos donde se une la red secundaria con la primaria se considera que existe un elemento de frontera de la red secundaria.

2. Se definen los *nodos principales*, de tal manera que el número de ellos sea mínimo, lo cual se logra uniendo tres o más *cuerdas*, o solamente una *cuerda* si es un punto extremo de la red.

Ilustración 10. Red de agua potable cuya red secundaria se ha dividido en varias subredes.



3. Se efectúa la renumeración óptima de los nodos principales tanto de la red primaria como de cada una de las subredes secundarias; puede usarse el método de Cuthill-McKee que describen George y Liu (1981). Este proceso tiene el propósito de disminuir el número de elementos que conforman el perfil de la matriz de coeficientes que se obtiene con el primer elemento no nulo de cada columna.

4. Se proponen los valores iniciales de energía en todos los nodos de los tramos y cuerdas, ya sea usando el criterio de la pendiente hidráulica o cualquier otro. En los proyectos realizados con este procedimiento se ha observado que incluso un valor de energía inicial constante da buenos resultados de convergencia.

5. El funcionamiento hidráulico de cada una de las subredes secundarias se encuentra por separado. En el análisis de la red secundaria debe tomarse en cuenta que los nodos de la red primaria donde se conecta la red secundaria son elementos de frontera donde la energía se considera conocida.

En este proceso se obtienen los gastos en los nodos de la red primaria correspondientes al funcionamiento de las subredes secundarias. Dichos gastos se llaman *gastos de subred*.

6. Se calculan las correcciones de energía en la red primaria hasta llegar a cumplir con la ecuación de continuidad en los nodos principales a un cierto nivel de precisión.

7. Se calculan las energías en todos los nodos de los elementos de las cuerdas.

8. Se repite el proceso desde el paso número cinco hasta lograr que las correcciones de energía del paso número seis sean menores o iguales a una tolerancia permitida.

Ecuación de las cuerdas

Para realizar adecuadamente el análisis hidráulico de una red de agua potable se requiere de un procedimiento que sea capaz de modelar los elementos internos, especialmente los tubos de distribución, en los cuales pueden existir varias tomas domiciliarias conectadas. El procedimiento que normalmente se usa consiste en suponer que el tubo de distribución es un conducto sencillo, equivalente con los consumos ubicados en los extremos del mismo.

Este criterio considera que los gastos de demanda son conocidos antes de hacer el análisis hidráulico y que siguen una distribución uniforme a lo largo del tubo de distribución. Sin embargo, en realidad los gastos de demanda de cada toma dependen de la política muy particular que el usuario hace de la misma y de las presiones existentes en la red. Es por ello que los

gastos de demanda no deben considerarse conocidos antes de efectuar la revisión hidráulica ni que siguen una distribución uniforme; asimismo, debe tomarse en cuenta que las demandas de las tomas son puntuales.

Con el propósito de evitar una solución directa de una cantidad enorme de variables que se incrementan en el análisis hidráulico al contemplar la influencia de las tomas domiciliarias, se propone modelar a un conjunto de elementos internos conectados en serie formando una *cuerda* como se indica en la definición de este concepto, la cual puede modelarse sobre una sola ecuación de recorrido y considerar la variación de los tirantes de agua en los elementos de frontera, en el caso de una simulación en periodos extendidos.

Cuerda de frontera

Para obtener la ecuación que modela a una cuerda de frontera (ilustración 8), se aplica la ecuación de la energía del nodo principal i al nodo principal d .

$$H_i = H_d + \sum_{j=1}^k (ht_{id} - hb_{id} + hl_{id})^j \quad (9)$$

donde:

ht_{id} = es la pérdida de energía distribuida en un subtramo de tubo.

hb_{id} = es la carga de las bombas en el subtramo de tubo.

hl_{id} = es la suma de pérdidas locales de energía en un subtramo de tubo de la cuerda producidas por cualquier tipo de válvula o conexión.

k = es el número de subtramos de tubo de la cuerda.

j = inicia con el número 1 en el subtramo de tubo conectado al nodo principal d y termina con el número k en el subtramo de tubo conectado al nodo principal i .

El flujo en cada subtramo de tubo de una cuerda de frontera puede tener cualquier sentido; si éste se dirige hacia el nodo d , los valores del segundo término del lado derecho de la ecuación 9 correspondiente al subtramo de tubo toman un signo positivo, de lo contrario es negativo.

En las cuerdas de frontera puede presentarse el caso de que los dos gastos de los tramos extremos tengan un sentido hacia adentro de la cuerda para abastecer únicamente a los consumos de las tomas domiciliarias o tubos secundarios que se conectan.

La carga de las bombas puede obtenerse de los datos que proporciona el fabricante.

La suma de pérdidas locales de energía se calcula con la ecuación:

$$hl = \frac{8 \sum k}{\pi^2 g D^4} Q^2 \quad (10)$$

donde k es un factor de pérdida local que depende del tipo de accesorio, mismo que puede obtenerse de cualquier manual.

La pérdida de energía distribuida en un subtramo se calcula con la ecuación 6. Con esta ecuación y la 10 en la 9 se obtiene:

$$H_i = H_d + \sum_{j=1}^k \left(MQ_{id} |Q_{id}| - hb_{id} + \frac{8 \sum k}{\pi^2 g D^4} Q_{id} |Q_{id}| \right)^j \quad (11)$$

Procedimiento para obtener H_i

Una vez conocida la geometría de los elementos de la cuerda y el gasto QE_{id} que circula en el subtramo de tubo que se conecta en el nodo principal d (ilustración 8), de la ecuación 11 se obtiene la energía H_i en el nodo principal i , cuyo procedimiento es el siguiente:

1. Si en el nodo d se conecta un elemento de frontera, calcular el valor de H_d usando la ecuación que le corresponde del inciso que sigue.

Es importante señalar que la simulación hidráulica en periodos extendidos se considera directamente en la modelación de la cuerda. Es por ello que en el caso de tanques atmosféricos e hidroneumáticos el valor de la energía H_d considera la variación del tirante de agua.

2. Se calcula el segundo término derecho de la ecuación 11 para $j = 1$, que corresponde a la energía en el nodo 1.

3. Si en el nodo j se conecta una toma domiciliaria, el gasto se calcula en forma iterativa mediante la ecuación:

$$Q = \left(\frac{H_f}{M + \frac{8(1 + \sum k)}{\pi^2 g D^4} + K_0} \right)^{1/2} \quad (12)$$

que se obtiene de la ecuación 8. El valor de K_0 se obtiene de la ecuación 3 en función de K , donde el valor de K se determina utilizando técnicas de simulación y los resultados del estudio sobre la operación de las tomas.

4. Si en el nodo j se conecta un tubo secundario, el gasto correspondiente se obtiene de los resultados obtenidos de la simulación de la subred a la que pertenece.

5. Se aplica la ecuación de continuidad en el nodo j y se calcula el gasto en el subtramo $j + 1$.

6. Se calcula el segundo término derecho de la ecuación 11 para $j = j + 1$ y se repite el proceso a partir del paso número 3 las veces que se requieran para llegar al nodo principal i .

Cuerda interna

Para obtener la ecuación que modela a las cuerdas internas (ilustración 9) se aplica la ecuación de la energía del nodo principal i al nodo principal t .

$$H_i - H_t = \sum_{l=1}^r ht_{it}^l - \sum_{p=1}^s hb_{it}^p + \sum_{l=1}^r hl_{it}^l \quad (13)$$

donde las variables corresponden a los mismos tipos de elementos indicados en el otro tipo de cuerda, la única diferencia son los subíndices y superíndices, siendo r el número de tramos de diferentes diámetros o rugosidades, y s el número de bombas.

En este caso, si no existe distribución de gastos, el flujo tiene el mismo sentido y magnitud en cada uno de los tramos. Si el sentido del flujo es hacia el nodo principal t , los valores del lado derecho de la ecuación 13 toman un signo positivo, de lo contrario son negativos.

Sustituyendo la ecuación 10 en la 13, tomando en cuenta el signo del flujo, se obtiene:

$$H_i - H_t = \sum_{l=1}^r ht_{it}^l - \sum_{p=1}^s hb_{it}^p + \sum_{l=1}^r \left(\frac{8 \sum k}{\pi^2 g D^4} \right)^l Q_{it}^l |Q_{it}^l| \quad (14)$$

donde ht_{it}^l se logra a partir de la ecuación 6.

Modelación de los elementos de frontera

El valor de la energía H_d en la ecuación 11 puede ser una variable definida por un elemento de frontera. A continuación se analizan tres diferentes elementos de frontera.

Descarga libre

En el caso de una descarga libre se utiliza la ecuación:

$$H_d = z + \frac{8}{\pi^2 g D^4} Q^2 \quad (15)$$

donde:

z = elevación al centro del área de la descarga.
 Q = gasto de descarga. En todos los casos, el gasto debe salir de la cuerda.
 D = diámetro del tubo de la descarga.

Pozo profundo

Para el caso de un pozo profundo, la ecuación correspondiente es:

$$H_d = z - PND(Q) \quad (16)$$

donde:

z = elevación del terreno natural donde se encuentra el pozo profundo.

$PND(Q)$ = profundidad del nivel dinámico que se obtiene de un estudio de aforo del pozo.

En todos los casos, el agua debe salir del pozo profundo y entrar a la cuerda.

Tanque atmosférico

Para un tanque en contacto con la atmósfera se utiliza la ecuación:

$$H_d = z + h \quad (17)$$

donde:

z = elevación del fondo del tanque.

h = tirante de agua.

Tanque hidroneumático

Para el caso de un tanque hidroneumático:

$$H_d = z + h + \frac{p}{\gamma} \quad (18)$$

donde:

z = elevación del fondo del tanque.

h = tirante de agua.

γ = peso específico del agua.

p = presión manométrica del aire dentro de la cámara.

La ecuación manométrica se puede obtener en función de la ecuación de estado de los gases perfectos para un proceso isotérmico, de la geometría de la cámara, de un valor inicial de la presión manométrica y de un valor inicial del tirante. En este caso se obtiene:

$$H_d = z + h + \frac{(p_0 + p_a)}{\gamma} \left(\frac{V_c - A_c h_0}{V_c - A_c h} \right) - \frac{p_a}{\gamma} \quad (19)$$

donde:

p_0 = presión manométrica del aire en la cámara al inicio de la simulación hidráulica en periodos extendidos.
 p = presión atmosférica del lugar.
 V_c = volumen de la cámara.
 A_c = área de la cámara.
 h_0 = tirante de agua al inicio de la simulación hidráulica en periodos extendidos.

Tirante de agua

El tirante de agua h en las ecuaciones 17 y 19, correspondientes a un tanque atmosférico y a un tanque hidroneumático, pueden ser valores conocidos obtenidos de mediciones o de considerar un valor promedio. Sin embargo, el valor del tirante puede obtenerse en función del gasto que entra o sale del tanque y del tiempo de simulación en un análisis en periodos extendidos. Una expresión general del tirante del nivel del agua es la ecuación:

$$h = F(V, geom) \quad (20)$$

donde h es el tirante de agua en el tiempo actual, V es el volumen de agua en el tanque en el tiempo actual y $geom$ es la geometría del tanque.

Si el tanque es de área horizontal constante, el tirante de agua en el tanque se obtiene de:

$$h = \frac{V}{A_t} \quad (21)$$

donde A_t es el área horizontal del tanque.

El volumen de agua en el tanque se obtiene aplicando la ecuación de continuidad que se expresa:

$$\frac{\partial V}{\partial t} = Q_a - Q_c \quad (22)$$

donde Q_a es el gasto de aportación o gasto de entrada al tanque y Q_c , el gasto de consumo o gasto de salida del tanque.

Integrando la ecuación 22 se obtiene el volumen del tanque para un incremento de tiempo:

$$V = V_0 + \int_0^t (Q_a - Q_c) dt \quad (23)$$

donde V_0 es un volumen de agua conocido en un tiempo anterior.

Cabe señalar que los gastos de aportación y de consumo en cada uno de los tanques de la red dependen de los niveles del agua en cada uno de ellos, así como de los niveles del agua en las fuentes de abastecimiento, y de la operación y geometría de la red,

donde los niveles del agua y la operación son función del tiempo. Es por ello que generalmente no se conocen las ecuaciones que describen los gastos de aportación y de consumo, obligando a que la integral tenga que resolverse en forma numérica, como la que se propone a continuación:

$$V = V_0 + \frac{(Q_a - Q_c)_0 + (Q_a - Q_c)}{2} \Delta t \quad (24)$$

donde $(Q_a - Q_c)_0$ es la diferencia de los gastos de aportación y de consumo conocidos en un tiempo anterior y $(Q_a - Q_c)$ es la diferencia de los gastos de aportación y de consumo en el tiempo actual, y Δt es un incremento de tiempo.

Sustituyendo la ecuación 24 en la 21 se obtiene:

$$h = \frac{V_0}{A_c} + \frac{(Q_a - Q_c)_0 + (Q_a - Q_c)}{2A_c} \Delta t \quad (25)$$

Esta ecuación se aplica en las ecuaciones 17 y 19 para determinar la variación del tirante del agua en un tanque atmosférico o en un tanque hidroneumático cuando se utiliza una simulación hidráulica en periodos extendidos

Planteamiento del modelo

Sistema de ecuaciones

El modelo de simulación hidráulica para redes de agua potable que a continuación se plantea es válido para las redes primaria y secundaria. La operación de las tomas domiciliarias se obtiene con el procedimiento que se indica en el inciso correspondiente, y las fugas pueden suponerse concentradas en los nodos principales.

En una red de agua potable se deben resolver las ecuaciones de continuidad y de energía. Si estas dos ecuaciones se plantean en función de las energías en los nodos extremos de los elementos, las ecuaciones de energía se transforman en una identidad y no es necesario resolverla (Guerrero, 1989). El modelo que se propone utiliza este procedimiento, donde se soluciona únicamente la ecuación de continuidad.

En este caso, con el fin de plantear un menor número de ecuaciones en una red que incluye el funcionamiento de tomas domiciliarias y la red secundaria, se propone que las ecuaciones de continuidad se apliquen en los nodos principales. Así, en todo nodo principal i existente en la red de tubos se tiene:

$$\sum_{d=1}^g Q_{id} + \sum_{t=1}^h Q_{it} + Q_i = -Q_{ci} \quad (26)$$

donde:

Q_{id} = gastos de las cuerdas de frontera conectadas al nodo principal i .

Q_{it} = gastos de las cuerdas internas.

Q_i = gastos de las fugas de agua concentradas en los nodos principales.

Q_{ci} = gasto conocido en el nodo principal i . Este último término se ha incorporado para cubrir el caso especial cuando se toma alguna medición de gasto directamente en la red y para incluir el procedimiento convencional de modelación de los consumos de agua.

La letra g es el número de cuerdas de frontera que confluyen en el nodo principal i , y h es el número de cuerdas internas que se conectan en el nodo principal i .

Dada la geometría en los diferentes tipos de elementos que se conectan en la cuerda, el gasto Q_{id} de una cuerda de frontera es función del valor de la energía H_i en el nodo principal i y del valor de la energía H_d en el extremo de la cuerda (ilustración 8):

$$Q_{id} = F_1(H_i, H_d) \quad (27)$$

y el gasto Q_{it} de una cuerda interna es función de la diferencia de energías en los extremos de la cuerda (ilustración 9):

$$Q_{it} = F_2(H_i - H_t) \quad (28)$$

Los gastos de las fugas de agua son función de la altura de presión ($H_i - z_i$) que existe en el nodo principal y de la geometría K_i del orificio de la fuga:

$$Q_i = F_3((H_i - z_i), K_i) \quad (29)$$

donde z_i es la altura de posición del nodo principal i .

La ecuación de un orificio es igual a:

$$Q_i = K_i (H_i - z_i)^{1/2} \quad (30)$$

Sustituyendo la ecuación 30 en la 26 se tiene:

$$\sum_{d=1}^g Q_{id} + \sum_{t=1}^h Q_{it} + K_i (H_i - z_i)^{1/2} = -Q_{ci} \quad (31)$$

El sistema de ecuaciones 31 es no lineal y para encontrar la solución se utiliza la serie de Taylor con derivadas hasta de primer orden para transformarlo a un sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{aligned} & \sum_{d=1}^g Q'_{id} + \sum_{d=1}^g \frac{\partial Q_{id}}{\partial H_i} \Delta H_i + \sum_{d=1}^g \frac{\partial Q_{id}}{\partial H_d} \Delta H_d + \sum_{t=1}^h Q'_{it} \\ & + \sum_{t=1}^h \frac{\partial Q_{it}}{\partial (H_i - H_t)} \Delta (H_i - H_t) + K_i (H'_i - z_i)^{1/2} \\ & + \frac{1}{2} K_i (H'_i - z_i)^{1/2} \Delta H_i = -Q_{ci} \end{aligned} \quad (32)$$

donde los términos marcados con (') corresponden a los valores iniciales.

Al arreglarla, la ecuación 32 queda:

$$\begin{aligned} & \sum_{d=1}^g \frac{\partial Q_{id}}{\partial H_i} \Delta H_i + \sum_{d=1}^g \frac{\partial Q_{id}}{\partial H_d} \Delta H_d + \sum_{t=1}^h \frac{\partial Q_{it}}{\partial (H_i - H_t)} \Delta H_i \\ & - \sum_{t=1}^h \frac{\partial Q_{it}}{\partial (H_i - H_t)} \Delta H_t + \frac{1}{2} K_i (H'_i - z_i)^{1/2} \Delta H_i = -Q_{ci} \quad (33) \\ & - \sum_{d=1}^g Q'_{id} - \sum_{t=1}^h Q'_{it} - K_i (H'_i - z_i)^{1/2} \end{aligned}$$

Los términos de la ecuación 33 se obtienen de las ecuaciones 11 y 14 de las cuerdas. Sin embargo, estas dos ecuaciones no son explícitas, lo cual obliga a usar métodos numéricos. A continuación se plantea el procedimiento para obtener los términos de la ecuación 33.

Términos del modelo que corresponden a la cuerda de frontera

Para valuar los términos de la ecuación 33 que corresponden a las cuerdas de frontera se propone el siguiente procedimiento:

a) Obtención de los gastos

1. De la ecuación 11 se obtienen los valores de los gastos iniciales QE'_{id} en el nodo principal d , y los gastos iniciales Q'_{id} en el nodo principal i , donde el segundo es función del primero.

Las pérdidas o ganancias de energía en un subtramo de tubo de la cuerda son función del gasto que circula por él, no obstante es preciso hacer notar que éste depende del gasto QE_{id} que circula en el subtramo de tubo que se conecta en el nodo principal d (ilustración 8).

No es posible obtener el valor de QE_{id} en forma directa, sin embargo, se pueden utilizar dos métodos numéricos: el método de Newton-Raphson y un método de segundo orden.

Aplicando el método de Newton-Raphson se tiene:

$$QE_{id} = QE'_{id} - \frac{F(QE'_{id})}{F'(QE'_{id})} \quad (34)$$

Para ello se transforma la ecuación 11 de la siguiente manera:

$$F(QE_{id}) = H_d - H_i + \sum_{j=1}^k \left(M Q_{id} |Q_{id}| - hb_{id} + \frac{8 \sum k}{\pi^2 g D^4} Q_{id} |Q_{id}| \right)^j \quad (35)$$

donde H_i es un valor conocido y H_d puede ser un valor conocido o una variable definida por un elemento de frontera. El valor de $F(QE_{id})$ se logra con el mismo procedimiento indicado anteriormente para obtener H_i de la ecuación 11.

El valor de la derivada $F'(QE'_{id})$ se consigue de la ecuación 35, calculando así los valores de $F(QE'_{id} - \Delta QE_{id}, H'_d)$ y $F(QE'_{id} + \Delta QE_{id}, H'_d)$. De esta forma se tiene:

$$\frac{\partial F(QE'_{id})}{\partial QE_{id}} = \frac{F(QE'_{id} + \Delta QE_{id}, H'_d) - F(QE'_{id} - \Delta QE_{id}, H'_d)}{2\Delta QE_{id}} \quad (36)$$

Se repite el proceso hasta que QE_{id} sea aproximadamente igual al valor anterior o cuya diferencia sea menor o igual a una tolerancia permisible.

Una vez que se ha calculado QE'_{id} , el valor de Q'_{id} correspondiente es el que se tiene en el elemento que está conectado al nodo principal i .

Por otro lado, también se puede aplicar la siguiente ecuación de segundo orden:

$$QE_{id} = QE'_{id} + \frac{-F'(QE'_{id}) \pm \sqrt{(F'(QE'_{id}))^2 - 2 F''(QE'_{id}) F(QE'_{id})}}{F''(QE'_{id})} \quad (37)$$

donde $F(QE'_{id})$ y $F'(QE'_{id})$ se obtienen de las ecuaciones 35 y 36, respectivamente, y $F''(QE'_{id})$ se logra evaluando la ecuación 35 en tres puntos: para (QE'_{id}, H'_d) , $(QE'_{id} - \Delta QE_{id}, H'_d)$ y $(QE'_{id} + \Delta QE_{id}, H'_d)$. De esta manera:

$$F''(QE'_{id}) = \frac{F(QE'_{id} + \Delta QE_{id}, H'_d) - 2F(QE'_{id}, H'_d) + F(QE'_{id} - \Delta QE_{id}, H'_d)}{(\Delta QE_{id})^2} \quad (38)$$

De los dos resultados que se tienen con la ecuación 37, se escoge el que se encuentra más cerca del valor calculado en la iteración anterior. Cuando el resultado sea un valor imaginario, se usa el método de Newton-Raphson en las iteraciones donde esto suceda.

b) Obtención de las derivadas

El valor de la derivada: $\frac{\partial Q_{id}}{\partial H_i}$

correspondiente al nodo principal i , se obtiene de la ecuación 11, calculando dos valores de H_i alrededor de H'_i , uno para $(QE'_{id} + \Delta QE_{id}, H'_d)$ y el otro para $(QE'_{id} - \Delta QE_{id}, H'_d)$. De esta forma:

$$\frac{\partial Q_{id}}{\partial H_i} = \frac{Q_{id}(QE'_{id} + \Delta QE_{id}, H'_d) - Q_{id}(QE'_{id} - \Delta QE_{id}, H'_d)}{H_i(QE'_{id} + \Delta QE_{id}, H'_d) - H_i(QE'_{id} - \Delta QE_{id}, H'_d)} \quad (39)$$

Los resultados de aplicar la ecuación 11 del nodo principal i al nodo principal d se pueden aprovechar para obtener el valor de la derivada:

$$\frac{\partial Q_{id}}{\partial H_d}$$

para cuando la ecuación 33 se aplica en el nodo principal d . Se tiene entonces:

$$\frac{\partial Q_{id}}{\partial H_d} = - \frac{2\Delta QE_{id}}{H_i(QE'_{id} + \Delta QE_{id}, H'_d) - H_i(QE'_{id} - \Delta QE_{id}, H'_d)} \quad (40)$$

donde el signo negativo del lado derecho se debe al signo contrario de los gastos.

Para obtener el valor de la derivada:

$$\frac{\partial Q_{id}}{\partial H_d}$$

y utilizar la ecuación 33 en el nodo principal i , la ecuación 11 se aplica en sentido contrario, asignando nodo principal i al que fue nodo principal d , y nodo principal d al que fue nodo principal i ; por consiguiente, también gasto QE_{id} al que fue gasto Q_{id} y gasto Q_{id} al que fue gasto QE_{id} . De esta manera se puede utilizar la misma ecuación 40.

Los resultados de aplicar la ecuación en este sentido contrario se aprovechan para calcular también el valor:

$$\frac{\partial Q_{id}}{\partial H_i}$$

con la ecuación 39, para cuando la ecuación 33 se aplica en el nuevo nodo principal i .

Términos del modelo que corresponden a las cuerdas internas

Se propone ahora el procedimiento para obtener los términos de la ecuación 33 correspondientes a las cuerdas internas.

a) Obtención de los gastos

Para conseguir los valores de los gastos iniciales Q_{it} de la ecuación 14, primero se propone cualquier valor de gastos que cumpla la ecuación de continuidad y el gasto corregido se puede obtener aplicando el método de Newton-Raphson o un método de segundo orden. Utilizando el primero se tiene:

$$Q_{it} = Q'_{it} - \frac{F(Q'_{it})}{F'(Q'_{it})} \quad (41)$$

donde:

$$F(Q'_{it}) = H_t - H_i + \sum_{l=1}^r ht'_{it} - \sum_{p=1}^s hb^p_{it} + \sum_{l=1}^r \left(\frac{\sum k}{2gA^2} \right)' Q'_{it} |Q'_{it}| \quad (42)$$

y como H_i y H_t son valores conocidos, de la ecuación 42 se obtiene:

$$F'(Q'_{it}) = \sum_{l=1}^r \frac{\partial ht'_{it}}{\partial Q'_{it}} + \sum_{l=1}^r \left(\frac{\sum k}{gA^2} \right)' |Q'_{it}| - \sum_{p=1}^s \frac{\partial hb^p_{it}}{\partial Q'_{it}} \quad (43)$$

y el término:

$$\frac{\partial hb^p_{it}}{\partial Q'_{it}}$$

se logra de los datos de la curva característica de la bomba.

Por otro lado, de la ecuación 6:

$$\begin{aligned} \frac{\partial ht'_{it}}{\partial Q'_{it}} &= \frac{0.406}{g} \left(\frac{L}{D^5 (\log J)^2} \right)' |Q'_{it}| \\ &+ \frac{0.406}{g} \left(\frac{LGT \log e}{D^5 (\log J)^3 J |Re|^T} \right)' |Q'_{it}| \end{aligned} \quad (44)$$

considerando que:

$$J = \frac{\varepsilon/D}{3.71} + \frac{G}{|Re|^T} \quad (45)$$

Al tomar en cuenta la ecuación de pérdidas, la ecuación 44 se puede presentar como:

$$\frac{\partial ht'_{it}}{\partial Q'_{it}} = \left[2 + 2 \left(\frac{GT \log e}{(\log J) J |Re|^T} \right)' \right] \frac{ht'_{it}}{Q'_{it}} \quad (46)$$

El gasto corregido se puede obtener también al aplicar la siguiente ecuación de segundo orden:

$$Q_{it} = Q'_{it} + \frac{-F'(Q'_{it}) \pm \sqrt{(F'(Q'_{it}))^2 - 2F''(Q'_{it})F(Q'_{it})}}{F''(Q'_{it})} \quad (47)$$

donde $F(Q'_{it})$ y $F'(Q'_{it})$ se calculan con las ecuaciones 42 y 43, respectivamente.

De la ecuación 43, la segunda derivada es:

$$F''(Q'_{it}) = \sum_{l=1}^r \frac{\partial^2 ht'_{it}}{\partial Q'^2_{it}} + \sum_{l=1}^r \left(\frac{\sum k}{gA^2} \right)' \frac{Q'_{it}}{|Q'_{it}|} - \sum_{p=1}^s \frac{\partial^2 hb^p_{it}}{\partial Q'^2_{it}} \quad (48)$$

y de la ecuación 44 se obtiene:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 ht'_{it}}{\partial Q'^2_{it}} &= \frac{0.406}{g} \left(\frac{L}{D^5 (\log J)^2} \right)' \frac{Q'_{it}}{|Q'_{it}|} \\ &+ \frac{1.218}{g} \left(\frac{LGT \log e}{D^5 (\log J)^3 J |Re|^T} \right)' \frac{Q'_{it}}{|Q'_{it}|} \\ &+ \frac{1.218}{g} \left(\frac{L (GT \log e)^2}{D^5 (\log J)^4 J^2 |Re|^{2T}} \right)' \frac{Q'_{it}}{|Q'_{it}|} \\ &+ \frac{0.406}{g} \left(\frac{LGT \log e}{D^5 (\log J)^3} \right)' \left(\frac{GT}{J^2 |Re|^{2T}} - \frac{T}{J |Re|^T} \right)' \frac{Q'_{it}}{|Q'_{it}|} \end{aligned} \quad (49)$$

Considerando de nuevo la ecuación de pérdidas, la ecuación 49 se puede presentar como:

$$\frac{\partial^2 h_{it}^I}{\partial Q_{it}^2} = \left[2 + 6 \left(\frac{GT \log e}{(\log J) J |Re|^T} \right)^I + 6 \left(\frac{GT \log e}{(\log J) J |Re|^T} \right)^{I^2} + 2 \left(\frac{GT \log e}{\log J} \right)^I \left(\frac{GT}{J^2 |Re|^{2T}} - \frac{T}{J |Re|^T} \right)^I \right] \frac{h_{it}^I}{Q_{it}^2} \quad (50)$$

De los dos resultados que se obtienen de la ecuación 47, se escoge el que se encuentra más cerca del valor calculado en la iteración anterior. Cuando el resultado sea un valor imaginario, se usa el método de Newton-Raphson en las iteraciones donde esto suceda.

b) Obtención de la derivada

De la ecuación 14 se puede obtener la siguiente derivada:

$$\frac{\partial(H_i - H_t)}{\partial Q_{it}}$$

en función de Q'_{it} , cuyo resultado corresponde exactamente al lado derecho de la ecuación 43. Resulta entonces que:

$$\frac{\partial Q_{it}}{\partial(H_i - H_t)}$$

es el inverso del valor calculado con la ecuación 43.

Aplicación del modelo

Con objeto de mostrar la bondad del modelo propuesto se ha aplicado a tres proyectos de redes reales de México (cuadro 1), obteniendo resultados aceptables con respecto a mediciones hechas en campo.

Cuadro 1. Proyectos en México donde se ha aplicado el Modelo Integral de Redes de Agua Potable.

Nombre del proyecto	Población servida	Diámetros de los tubos (mm)
Chalco, Estado de México	150,000	76-350
Zona norte de Culiacán, estado de Sinaloa	90,000	76-450
El Paraje, estado de Morelos	4,000	50-200

Cuadro 2. Diferencias de demandas medidas y calculadas.

Hora	Gasto calculado (l/s)	Gasto medido (l/s)	Diferencia de gasto (l/s)
13:00	10.91	10.59	-0.32
14:00	9.56	10.18	0.62
15:00	8.21	9.45	1.24
16:00	7.08	7.68	0.60
17:00	7.59	9.02	1.43
18:00	8.40	8.93	0.53

Cuadro 3. Diferencias de energías medidas y calculadas a las 12:00 horas.

Nodo	Energía calculada (m)	Energía medida (m)	Diferencia de energía (m)
3	1527.20	1527.32	0.12
8	1527.20	1527.23	0.03
36	1524.41	1525.97	1.56
51	1523.28	1525.12	1.84
72	1526.79	1525.52	-1.27
77	1525.87	1525.92	0.05
84	1525.71	1526.72	1.01
89	1525.28	1526.11	0.83
101	1525.22	1524.93	-0.29
106	1525.07	1526.07	1.00
108	1525.52	1526.59	1.07
112	1525.50	1526.06	0.56
116	1524.41	1525.64	1.23
125	1524.30	1524.95	0.65
134	1524.36	1525.66	1.30
138	1524.39	1525.38	0.99
139	1524.35	1525.12	0.77
163	1525.22	1525.93	0.71
164	1523.28	1524.03	0.75
169	1524.41	1526.07	1.66
180	1525.59	1525.65	0.06
195	1525.27	1525.88	0.61

Con objeto de presentar de una manera más amplia el modelo, a continuación se muestra su aplicación al caso de la red de distribución El Paraje, en el estado de Morelos, México. En la ilustración 11 se puede observar un diagrama de la misma.

Para obtener la operación de las tomas domiciliarias se llevó a cabo un estudio de campo, encontrándose dos tipos de tomas, cuyas curvas de operación se muestran en las ilustraciones 12 y 13 para la hora de máxima demanda.

Ilustración 11. Esquema de la red de agua potable de El Paraje, Jiutepec, Morelos, México.

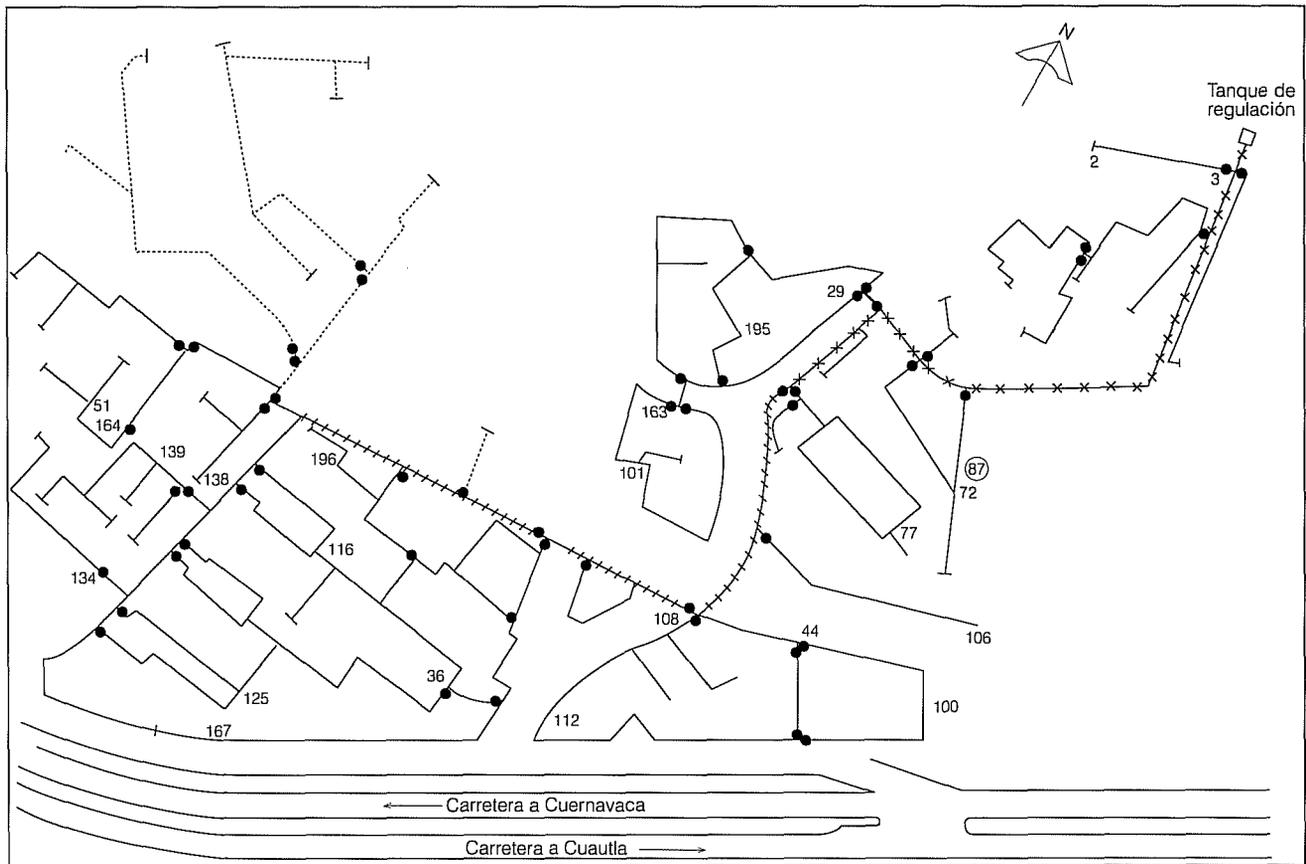


Ilustración 12. Curva de operación de las tomas sin tinaco para la máxima demanda.

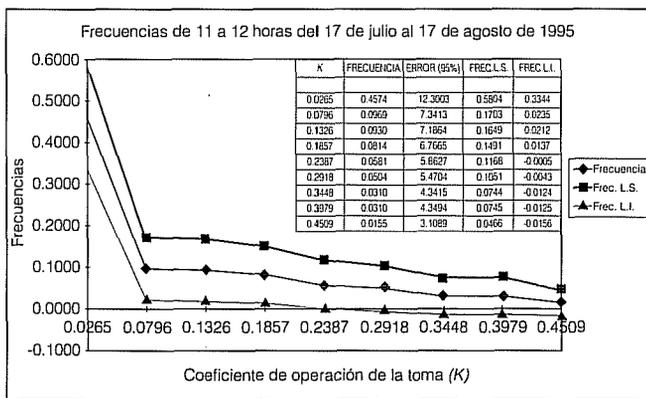
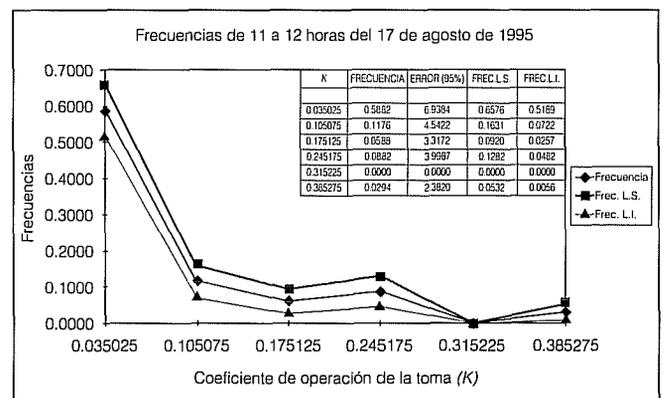


Ilustración 13. Curva de operación de las tomas con tinaco para la máxima demanda.



El cálculo hidráulico de la red se llevó a cabo con diferentes consumos horarios, empleando las correspondientes curvas de operación de las tomas y los niveles del agua en el tanque. En el cuadro 2 se muestran los gastos que fueron medidos con equipo ultrasónico y los calculados de las 13:00 a las 18:00 horas, y en el

cuadro 3, las energías medidas usando manómetros de presión tipo bourdon calibrados con equipo electrónico para medir con aproximación de 10 cm de columna de agua y las calculadas a las 12:00 horas. La energía medida se presenta en décimas de metro, ya que son valores interpolados de mediciones que se efectúan

tuvieron en intervalos de aproximadamente 15 minutos, de las 7:00 a las 18:00 horas del día.

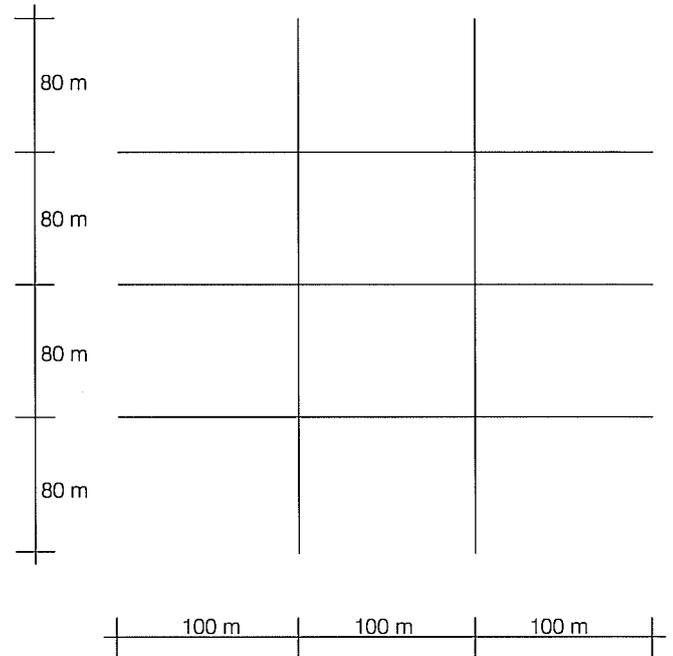
Considerando que puede haber hasta un 35% de fugas de agua, las diferencias de gastos obtenidos menores a 16% son aceptables y razonablemente bajas

debido a que la red estudiada es relativamente nueva. Las diferencias medias de las energías son menores al valor recomendado en la literatura de ± 1.5 m, aceptando un máximo hasta de ± 5 m, lo cual muestra un funcionamiento del modelo cercano a la realidad.

Ilustración 14. Red primaria de la red número 8.

Tanque									
1	2	3	4	17	31	43	57	73	91
5	6	7	8	22	32	44	58	74	92
9	10	11	12	23	33	45	59	75	93
13	14	15	16	24	34	46	60	76	94
18	19	20	21	25	35	47	61	77	95
26	27	28	29	30	36	48	62	78	96
37	38	39	40	41	42	49	63	79	97
50	51	52	53	54	55	56	64	80	98
65	66	67	68	69	70	71	72	81	99
82	83	84	85	86	87	88	89	90	100

Ilustración 15. Subredes secundarias de la red número 8.



Cuadro 4. Redes generadas para probar la convergencia de solución numérica.

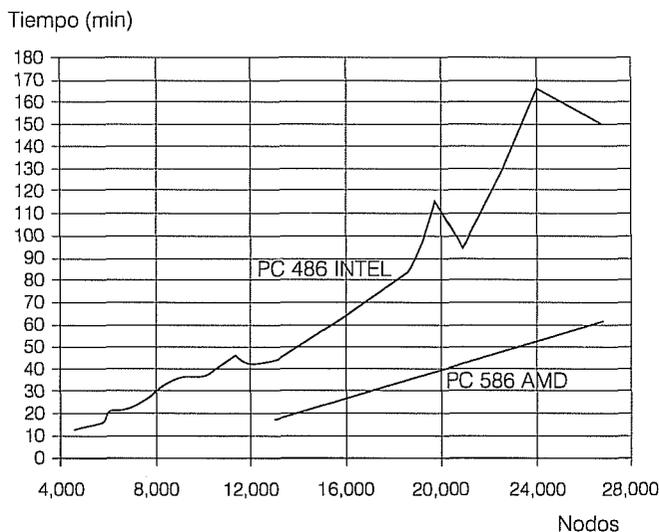
Red	Núm. 1	Núm. 2	Núm. 3	Núm. 4	Núm. 5	Núm. 6	Núm. 7	Núm. 8
Nodos capturados	69	19	5	5	7	7	6	1271
Tramos	112	24	4	4	6	5	6	2470
Bombas	1	1	0	0	1	1	0	0
Válvulas	3	1	0	0	0	0	0	0
Tanques atmosféricos	1	1	1	1	1	1	0	1
Pozos profundos	1	1	0	0	1	1	0	0
Tanques hidroneumáticos	0	0	0	0	0	0	1	0
Descargas libres	0	0	0	0	0	0	1	0
Cuerdas en la red primaria	24	24	4	4	1	1	1	220
Subredes secundarias	8	0	0	0	1	1	1	100
Tolerancia de gasto en las tomas (l/s)	1×10^{-7}		1×10^{-7}		1×10^{-7}	1×10^{-7}	1×10^{-7}	1×10^{-7}
Tolerancia de gasto en las cuerdas (l/s)	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
Tolerancia de energías en los nodos (m)	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001	0.001
Iteraciones globales	3	2	2	2	8	6	11	7
Iteraciones promedio en las tomas	3-30		8-17		8-16	2-18	2-16	6-28
Iteraciones promedio en las cuerdas	7-31	2-24	14-32	14-26	5-91	2-74	1-24	2-28
Iteraciones en las redes	3-11	1-7	5-17	7-13	1-5	1-5	1-5	3-10

También se analizaron varias redes para probar la convergencia en cada uno de los procesos (cuadro 4). Con objeto de mostrar la aplicación del método propuesto, se presenta la solución de la red número 8 (ilustración 14), la cual consta de cien subredes secundarias ubicadas en las áreas enumeradas, con un total de 2,470 tramos y 25,500 tomas domiciliarias.

Para simplificar la captura de datos de la red se tomó la misma geometría en cada una de las subredes secundarias (como se indica en la ilustración 15), con tramos de tubo de 76 mm de diámetro y 15 tomas domiciliarias conectadas en cada uno de ellos, con tubos de alimentación de 5.0 m de longitud, 0.013 m de diámetro, altura promedio de las llaves de 1.0 m respecto del nivel de la calle y curvas de operación como las mostradas en la ilustración 12. La rugosidad absoluta en todos los tubos es de 0.03 mm. La topografía es plana y la superficie libre del agua en el tanque se encuentra a 25.0 m sobre el terreno. En la red primaria (ilustración 14), los tramos de tubo del circuito externo son de 400 mm de diámetro y de 200 mm en los demás. Cada toma se conecta al tramo de tubo en un nodo diferente, con lo cual se tiene un total de 26,771 nodos.

Con el propósito de analizar la convergencia y el tiempo de simulación del modelo en función del crecimiento de la red, ésta se resolvió en varias ocasiones para diferentes números de subredes a medida que se avanzaba en la captura de los datos, cuyos resultados pueden verse en la ilustración 16, en donde se aprecia que la variación del tiempo respecto al número de nodos aumenta ligeramente con el número de éstos, favoreciendo la aplicación del modelo a grandes redes

Ilustración 16. Tiempo de simulación.



de agua potable con relación al número de variables que intervienen en el problema.

Cabe señalar que estos resultados corresponden a computadoras personales con procesador de baja velocidad, sin embargo, los tiempos pueden reducirse sustancialmente usando procesadores más rápidos, por ejemplo, en una computadora con procesador *Pentium III* de 550 Mhz, para el caso de 26,771 nodos, el resultado se obtiene en 3 minutos y 44 segundos.

Conclusiones

Una aportación importante del modelo propuesto es que resuelve grandes sistemas de ecuaciones mediante un procedimiento que los reduce al mismo orden de magnitud que los que se plantean en los modelos convencionales que no consideran a la red secundaria. De esta manera no es necesaria una computadora de gran capacidad para simular a la red secundaria, ya que se resuelve por partes.

El modelo permite la generación de una fuente de datos suficientemente amplia sobre los elementos que conforman la red de una manera ordenada y actualizada para lograr una mejor administración y operación de la misma.

Se obtiene mayor información sobre la distribución de los gastos en los tubos de la red, lo cual es útil para una mejor simulación de los fenómenos de calidad del agua en las redes. Incluso puede presentarse el caso de que los gastos en los extremos de un tubo de distribución fluyan hacia el centro del mismo, lo cual no puede simularse en los modelos hidráulicos convencionales. Por otro lado, cuando existen extremos de la red relativamente alejados de los puntos por donde ingresa el agua, como son las fuentes de abastecimiento o los tanques de regulación, puede obtenerse una mejor información de las energías, presiones y demandas de agua; incluso puede darse el caso que el modelo prediga la no disponibilidad del agua en las partes alejadas, situación que no puede preverse en los modelos convencionales, ya que no toman en cuenta que la demanda de agua también depende de la presión existente en la red.

El mismo modelo calcula también los consumos de agua, tomando en cuenta las presiones y la política de operación de las tomas domiciliarias. Los modelos convencionales consideran que las demandas de agua son datos que deben obtenerse en un proceso anterior al análisis hidráulico, considerando las demandas localizadas en los nodos extremos de los tubos de la red primaria o, en el mejor de los casos, las demandas situadas en los puntos donde se conectan cada uno de los tubos de la red secundaria.

El modelo propuesto permite que la calibración de los consumos de agua se realice directamente en las tomas, con lo cual se obtiene la política de operación de las mismas. Estos resultados pueden tener una aplicación genérica, permitiendo resolver problemas de revisión y de calibración de las fugas de agua.

Simbología

- A Área transversal del tubo (m^2).
- D Diámetro interior del tubo (m).
- H Energía hidráulica (m).
- K_0 Constante geométrica de un orificio (s^2/m^5).
- L Longitud del tubo (m).
- P Presión absoluta (kg/m^2).
- Q Gasto que circula por el tubo (m^3/s).
- Re Número de Reynolds.
- e Base de los logaritmos naturales (2.7182...).
- f Coeficiente de pérdidas de energía por conducción.
- g Aceleración de la gravedad (m/s^2).
- h Altura del nivel del agua (m).
- h_f Pérdida de energía por conducción (m).
- hb Carga de la bomba (m).
- hl Suma de pérdidas de energía locales (m).
- ht Pérdida de energía por conducción en un sub-tramo de tubo (m).
- k Constante de pérdida local.
- p Presión manométrica (kg/m^2).
- z Altura de posición (m).

- γ Peso específico del agua (kg/m^3).
- ϵ Rugosidad absoluta del tubo (mm).
- ν Viscosidad cinemática del fluido (m^2/s).

Recibido: 06/12/1999

Aprobado: 01/02/2001

Referencias

- George, A. y W.H. Liu J. "Computer Solution of Large Sparse Positive Definite Systems", *Prentice-Hall, Englewood Cliffs*, New Jersey, 1981.
- Guerrero A., J.O., *Hidráulica de tubos usando el Concepto de Recorrido*, Editorial UAS, abril de 1989.
- Guerrero A., J.O., "Ecuación modificada de Colebrook-White", *Ingeniería Hidráulica en México*, vol. X, núm. 1, II Época, enero-abril de 1995, pp. 43-48.
- Guerrero A., J.O., *Modelación integral de redes de agua potable*, tesis doctoral presentada a la División de Estudios de Posgrado de la Facultad de Ingeniería de la UNAM, Ciudad Universitaria, México, D.F., 1997.
- Tansley, N.S. y L.F. Brammer, "Chlorine Residual Modeling in Distribution-The Improvement of Taste and the Maintenance of Effective Disinfection", vol. 2, *Applications and Implementations for Systems Operation and Management*, International Conference: Integrated Computer Applications in Water Supply, Edited by Coulbeck, Ed. Research Studies Press LTD and John Wiley, 1993, pp. 111-126.

Abstract

Guerrero Angulo, J.O. & F. Arreguín Cortés, "Hydraulic Model for Drinking Water Networks, Including Household Connections", *Hydraulic Engineering in Mexico (in Spanish)*, vol. XVII, num. 1, pages 31-48, January-March, 2002.

This paper presents a hydraulic simulation model for drinking water networks, including elements that are currently not considered –household connections, spatially variable flowrate distribution pipelines, and the secondary network. This model is determined by solving the equations needed for a conventional model following an indirect procedure for the solution of large equations systems. Household connection performance is considered as dependent of water pressure and the way in which users operate the taps of such intakes. This approach allows a better acquaintance with the drinking water supply networks performance as well as solving problems that demand a more precise hydraulic simulation, such as water quality variations, leaks in networks, and the influence of home water tanks as regulating devices.

Key words: *drinking water networks, hydraulic checkup, pressurized pipes, household connections, secondary network, water tanks, large equations systems.*

Dirección institucional de los autores:

José Óscar Guerrero Angulo

Profesor e investigador
Universidad Autónoma de Sinaloa
Ciudad Universitaria, 80040 Culiacán, Sinaloa, México.

Felipe Arreguín Cortés

Coordinador de área
Instituto Mexicano de Tecnología del Agua
Paseo Cuauhnáhuac 8532
Progreso, Jiutepec,
Morelos,
C.P. 62550,
México.