

Dispersión longitudinal de contaminantes conservativos en ríos

Polloptro Martínez Austria
Luis Fco. León Vizcaino

IMTA
INSTITUTO MEXICANO DE TECNOLOGIA DEL AGUA 

COORDINACION DE TECNOLOGIA DE SISTEMAS HIDRAULICOS

SERIE DIDACTICA 11

COMISION NACIONAL DEL AGUA

Dispersión longitudinal de contaminantes conservativos en ríos

IMTA 
INSTITUTO MEXICANO DE TECNOLOGIA DEL AGUA

SUBCOORDINACION DE HIDRAULICA

Luis Fco. León Vizcaíno
Poliopetro Martínez Austria

Octubre, 1990

INDICE

INTRODUCCION.	1
1 MARCO TEORICO Y LIMITES DE APLICACION DEL PROGRAMA	3
1.1 <u>Ecuación de dispersión longitudinal</u>	3
1.2 <u>Solución de la ecuación de dispersión</u>	5
1.2.1 Esquema de diferencias finitas	5
1.2.2 Límites de estabilidad internos.	7
1.2.3 Coeficiente de dispersión.	8
1.3 <u>Límites de aplicación</u>	9
2 INSTALACION Y PUESTA EN MARCHA	10
2.1 <u>Equipo requerido.</u>	10
2.2 <u>Instalación</u>	10
2.2.1 Disco flexible	10
2.2.2 Disco duro	11
2.2.3 Tipo de monitor.	11
2.3 <u>Puesta en marcha.</u>	12
2.3.1 Desde disco flexible	12
2.3.2 Desde disco duro	12
3 DESCRIPCION DE "DISPER".	13
3.1 <u>Captura de información.</u>	14
3.1.1 Datos generales.	14
3.1.2 Condición inicial.	16
3.1.3 Grabación de archivos de datos	18
3.2 <u>Edición de datos.</u>	19
3.3 <u>Solución.</u>	22
3.4 <u>Reporte de resultados</u>	22
3.4.1 Despliegue gráfico en pantalla	22
3.4.2 Impresión de resultados.	24
3.4.3 Grabación de archivos de resultados.	24
4 EJEMPLOS DE APLICACION DEL PAQUETE	25
4.1 <u>Ejemplo teórico</u>	25
4.2 <u>Ejemplo del reporte experimental (Fischer, 1968).</u>	26

BIBLIOGRAFIA

INDICE DE LAMINAS

1	Diagrama operativo del programa <i>DISPER</i>13
2	Captura de datos generales con ayuda al estimar K.15
3	Captura de datos generales completa.16
4	Captura de condiciones iniciales variada17
5	Presentación de datos de un archivo.19
6	Edición de datos20
7	Edición de condición inicial variable.21
8	Corrección realizada en la condición inicial21
9	Despliegue gráfico (Co-t) para distintas secciones23
10	Despliegue gráfico (Co-t) en varias secciones.23
11	Comparación de resultados en la segunda sección.27

INTRODUCCION

Debido al crecimiento demográfico en nuestro país y a los cada vez más complejos sistemas para el abasto de agua potable, se hace imprescindible no sólo contemplar un uso eficiente del vital líquido en cuanto a cantidad, sino también en los aspectos relacionados con su calidad. Por esto en años recientes se ha despertado un gran interés dentro de la comunidad hidráulica por analizar y poder predecir la evolución de los contaminantes cuando se descargan en el interior de cuerpos de agua.

Históricamente, el ser humano ha dispuesto de sus desechos de la manera más simple, es decir, desalojando las aguas contaminadas a cuerpos de agua cuyo destino final generalmente son los mares y grandes lagos. En su trayecto por corrientes superficiales o subterráneas, los contaminantes se diluyen y dispersan provocando que en dichos cauces se presenten concentraciones que impiden la utilización del recurso y aún peor, que producen desequilibrios importantes en los ecosistemas locales.

Dada la gran variedad de contaminantes que acompañan a las aguas negras, que oscilan desde inocuos contenidos orgánicos hasta metales y químicos de alto riesgo, se impone la necesidad de conocer los procesos involucrados en el fenómeno de la dispersión, con el objeto de establecer estrategias y políticas de manejo de los contaminantes a descargar.

La idea generalizada de que *"la dilución es la solución a la contaminación"* es, además de simplista, sólo aplicable en ciertos casos de desechos orgánicos reasimilables sin perjuicio en un ecosistema global.

Se pueden distinguir tres grandes categorías en los estudios relativos a los procesos de transferencia de masa: los enfocados a proporcionar las bases teóricas de la mecánica del proceso, los dedicados a modelar numéricamente el fenómeno y aquellos en donde el esfuerzo se centra en la validación de los anteriores a través de mediciones de campo o en modelos físicos.

DISPER es un programa interactivo a nivel usuario que permite resolver la ecuación de dispersión longitudinal, es decir, calcular la evolución del contaminante en el campo lejano una vez concluido el periodo de mezclado en la zona cercana a la descarga. El presente manual no tiene la finalidad de ser un texto relativo a la dispersión, pero sí un complemento al programa con el objeto de que no se convierta en una *"caja negra"* para el usuario y le permita entenderlo y aplicarlo con criterio.

El paquete está elaborado en BASIC y es completamente interactivo, tiene incluidas subrutinas de detección de errores que impiden, en la mayoría de los casos, procedimientos inválidos. Por otra parte al ser la primera versión de *DISPER* pueden presentarse casos de error no previstos, por lo que se solicita al usuario hacer llegar al autor la secuencia que le provocó el error no detectado con el fin de mejorar el trabajo.

En el primer capítulo del presente manual se introducirán los conceptos básicos de los procesos de transferencia de masa, así como la ecuación de dispersión longitudinal a resolver. Se presenta el modelo numérico utilizado en el programa y se resumen las condiciones que hacen estable al esquema.

Como ayuda adicional se incluye una estimación del coeficiente de dispersión en base a los parámetros más comunes en un escurrimiento (radio hidráulico y pendiente del cauce), el método utilizado para dicha estimación fue desarrollado paralelamente en la Subcoordinación de Hidráulica y está integrado dentro del programa para el cálculo del coeficiente de dispersión longitudinal (González, J.A. y Martínez, P. 1990).

En el segundo capítulo se describe el equipo mínimo requerido así como la forma de instalar el paquete y ponerlo en marcha. El tercer capítulo describe la formación y uso de *DISPER*, y en el capítulo final se desarrollan dos ejemplos de aplicación con la idea de ilustrar el manejo del programa.

Es importante señalar que, aún cuando *DISPER* ha sido probado y comparado sus resultados con datos experimentales (Fischer et al., 1979), la utilización del programa será responsabilidad exclusiva del usuario y los resultados deberán ser tomados con criterio y analizados cuidadosamente.

Por último, queda prohibida la reproducción y transmisión por cualquier medio a terceras partes sin previa autorización por escrito del IMTA y notificación al autor. Todos los derechos reservados.

1 MARCO TEORICO Y LIMITES DE APLICACION.

El fenómeno de la difusión es un problema de transferencia de masa, definido como el movimiento de un constituyente de una región de alta concentración a uno de baja concentración. Dicho movimiento ocurre de dos maneras: molecular (microscópicamente por dilución de moléculas) y convectivo (transferencia asociada a las características dinámicas del flujo: velocidad y turbulencia).

Un contaminante descargado en un canal, ya sea natural o artificial, tenderá a ser dispersado por el movimiento hidrodinámico convectivo y por una dilución dada por los mecanismos de difusión. Desde el punto de la descarga hasta el momento en que se completa la difusión transversal en el cauce, conocido como tiempo de mezclado (Fischer, 1979), se presenta un desarrollo de la nube de contaminante hasta uniformizarse a todo lo ancho del canal. En esta zona de mezclado transversal o zona cercana, la ecuación unidimensional de dispersión longitudinal no es aplicable.

1.1 Ecuación de dispersión longitudinal.

Observando la difusión de dos o más especies identificables en un fluido no homogéneo, el principio de conservación de la materia debe satisfacerse por cada componente o especie de la mezcla. El comportamiento de los procesos de transferencia se debe a una "fuerza de intercambio" proporcional a un gradiente de concentraciones, es decir, de la existencia de regiones con diferentes grados de concentración de la sustancia.

Se puede plantear una expresión que relacione la rapidez de transferencia de una sustancia de masa M con la magnitud del gradiente, de la forma:

$$\frac{dM/dt}{Area} \cong \frac{dM/V_o}{ds} \quad (1)$$

donde:

V_o	Volumen.
s	Dirección de transferencia.
$\frac{dM/dt}{Area}$	Transferencia, por unidad de tiempo, de M por unidad de área normal a la dirección s .
$\frac{dM/V_o}{ds}$	Gradiente de M , por unidad de volumen en la dirección de transferencia.

Si M es la cantidad de masa disuelta $M=\Delta mC$, donde C es la concentración definida como la masa de sustancia disuelta por unidad de masa del fluido. Para transformar la proporcionalidad (1) por una igualdad, se puede introducir una constante del proceso D (difusividad de masa, con unidades L^2T^{-1}), conocido como coeficiente de difusión molecular. Con ésto, la ecuación (1) se transforma en:

$$\frac{d(\Delta mC)}{dt} \frac{1}{\Delta x \Delta y} = q_x = -D \frac{d}{dx} \left[\frac{\Delta m C}{\Delta V_o} \right] = -D \frac{d}{dx} [\rho C] \quad (2)$$

Donde q_x es el flujo de transferencia de masa y el signo (-) indica que el transporte es de zonas de mayor a menor concentración. Si la densidad del fluido es constante, como es razonable suponer, $\rho = \Delta m / \Delta V_0$; con lo cual $d(\rho C) / dx = \rho dC / dx$, entonces, la ecuación (2) puede escribirse:

$$q_x = - \rho D \frac{dC}{dx}$$

Similarmente para las direcciones y, z ; considerando que el coeficiente D se mantiene constante:

$$q_y = - \rho D \frac{dC}{dy}$$

$$q_z = - \rho D \frac{dC}{dz}$$

así, usando notación vectorial se puede escribir:

$$\bar{q} = - \rho D \nabla C \quad (3)$$

La ecuación (3), conocida como la ley de Fick, establece que el flujo de masa por unidad de área y tiempo ($ML^{-2}T^{-1}$), es proporcional al gradiente de la concentración del soluto en la dirección de transferencia.

Al aplicar la 1a. ley de Fick dentro de la conservación de la masa a un volumen de control en un fluido binario (Fischer, 1967), se obtiene:

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \bar{V} \cdot \nabla C = D \nabla^2 C \quad (4)$$

La ecuación (4) es conocida como la de conservación de masa de un contaminante en un volumen de control sujeto a convección y difusión, también llamada ecuación de la difusión convectiva.

Resumiendo las hipótesis que se aceptan en la ecuación (4), se puede decir: que se considera un flujo incompresible, se adopta la ley de Fick de simple proporcionalidad entre la difusión del contaminante y el gradiente de las concentraciones, el coeficiente de difusión molecular se toma como propiedad exclusiva entre el tipo de contaminante y el flujo, flujo conservativo sin reacciones químicas ni biológicas en el medio. Todas estas simplificaciones son suficientemente cercanas al comportamiento de mezclas en la realidad en un grupo amplio de cuerpos de agua, salvo por el coeficiente de difusión del cual se hablará mas adelante.

En flujos con turbulencia homogénea y estacionaria se introduce una proporcionalidad con un coeficiente de dispersión K que juega el mismo papel que D pero en una escala macroscópica. Por lo tanto se puede escribir la ecuación unidimensional de difusión para valores medios en la sección como: (Taylor, 1954)

$$\frac{\partial C}{\partial t} + u \frac{\partial C}{\partial x} = K \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} \quad (5)$$

Conocida como la "ecuación unidimensional de dispersión".

1.2 Solución de la ecuación de dispersión

Matemáticamente, la ecuación (5) es diferencial parcial de segundo orden, de tipo parabólica y susceptible de ser resuelta por diferencias finitas. Las diferencias finitas, que son cocientes de diferencias como aproximación a derivadas, provienen de la serie de Taylor con cierto error de truncado.

1.2.1 Esquema de diferencias finitas

Desarrollando funciones incrementales en series de Taylor:

$$C(x, t + \Delta t) = C(x, t) + \Delta t C'(x, t) + \frac{\Delta t^2}{2!} C''(x, t) + \frac{\Delta t^3}{3!} C'''(x, t) + \dots \quad (6)$$

$$C(x + \Delta x, t) = C(x, t) + \Delta x C'(x, t) + \frac{\Delta x^2}{2!} C''(x, t) + \frac{\Delta x^3}{3!} C'''(x, t) + \dots \quad (7)$$

$$C(x - \Delta x, t) = C(x, t) - \Delta x C'(x, t) + \frac{\Delta x^2}{2!} C''(x, t) - \frac{\Delta x^3}{3!} C'''(x, t) + \dots \quad (8)$$

Despreciando las derivadas de orden mayor a dos y despejando la primera derivada de la ecuación (6) se tiene que:

$$\frac{\partial C}{\partial t} = \frac{C(x, t + \Delta t) - C(x, t)}{\Delta t} \quad (9)$$

Restando (8) de (7) y despreciando términos mayores de tercer orden, se puede despejar la derivada en la dirección x como:

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \frac{C(x + \Delta x, t) - C(x - \Delta x, t)}{2\Delta x} \quad (10)$$

Sumando (7) con (8) y despreciando derivadas mayores de cuarto orden, se despeja la segunda derivada en la dirección x:

$$\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} = \frac{C(x + \Delta x, t) - 2C(x, t) + C(x - \Delta x, t)}{\Delta x^2} \quad (11)$$

Cambiando la notación por sencillez: $C_j^n = C(x, t)$; $C_{j+1}^n = C(x + \Delta x, t)$ $C_{j-1}^{n+1} = C(x - \Delta x, t + \Delta t)$, etc., donde el subíndice representa la sección en el espacio y el superíndice el nivel en el tiempo, y sustituyendo los cocientes de diferencias (9), (10) y (11) en la ecuación (5) se tiene:

$$\frac{1}{\Delta t} \left(C_{j-1}^{n+1} - C_j^n \right) + \frac{u}{2\Delta x} \left(C_{j+1}^n - C_{j-1}^n \right) = \frac{K}{\Delta x^2} \left(C_{j+1}^n - 2C_j^n + C_{j-1}^n \right) \quad (12)$$

Despejando para el siguiente nivel en el tiempo:

$$C_j^{n+1} = C_j^n - \frac{u\Delta t}{2\Delta x} (C_{j+1}^n - C_{j-1}^n) + \frac{K\Delta t}{\Delta x^2} (C_{j+1}^n - 2C_j^n + C_{j-1}^n) \quad (13)$$

La ecuación (13) es un esquema de diferencias finitas explícito en el tiempo y centrado simétricamente en el espacio.

De la ecuación (13) y definiendo los siguientes valores:

$$C = \frac{u\Delta t}{\Delta x} \quad ; \quad \lambda = \frac{K\Delta t}{\Delta x^2} \quad ; \quad P = \frac{u\Delta x}{K} \quad \therefore \quad \lambda = \frac{C}{P}$$

Donde C es el número de Courant, P es el número de Péclét de malla y λ el cociente entre ambos, se puede escribir:

$$C_j^{n+1} = C_{j-1}^n \left(\lambda + \frac{C}{2} \right) + C_j^n (1 - 2\lambda) + C_{j+1}^n \left(\lambda - \frac{C}{2} \right) \quad (14)$$

Si los cocientes de diferencias considerados son hacia atrás:

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \frac{C_j^n - C_{j-1}^n}{\Delta x} \quad (15a)$$

o hacia adelante en el espacio:

$$\frac{\partial C}{\partial x} = \frac{C_{j+1}^n - C_j^n}{\Delta x} \quad (15b)$$

Con un procedimiento análogo al sustituir (15) en (5) se pueden generalizar los esquemas explícitos de primer orden como:

$$C_j^{n+1} = A_0 C_{j-1}^n + A_1 C_j^n + A_2 C_{j+1}^n \quad (16)$$

El esquema y los coeficientes se resumen en la siguiente tabla:

Esquema Explícito (16)	$C_j^{n+1} = A_0 C_{j-1}^n + A_1 C_j^n + A_2 C_{j+1}^n$		
	A_0	A_1	A_2
Dif. hacia atrás	$\lambda + C$	$1 - 2\lambda - C$	λ
Diferencia centrada	$\lambda + \frac{C}{2}$	$1 - 2\lambda$	$\lambda - \frac{C}{2}$
Dif. hacia adelante	λ	$1 - 2\lambda + C$	$\lambda - C$
$\lambda = \frac{K\Delta t}{\Delta x^2} = \frac{C}{P} \quad ; \quad C = \frac{u\Delta t}{\Delta x} \quad ; \quad P = \frac{u\Delta x}{K}$			

El programa utiliza el esquema explícito con diferencias finitas centradas en el espacio.

1.2.2 Límites de estabilidad internos del programa

En el desarrollo del trabajo de investigación bibliográfica fue sorprendente no encontrar ningún criterio de estabilidad para la ecuación completa de convección-difusión, por lo que se procedió a realizarlo. Dada la complejidad matemática al considerar la ecuación completa se utilizó el método de la analogía de la ecuación diferencial ordinaria (Aldama, 1985 y 1987).

Se llevó a cabo un nuevo análisis de estabilidad, cuyo desarrollo a detalle excede el espacio y los alcances del presente escrito, pero que se muestra a detalle en la tesis de maestría del autor (León, 1990).

De los análisis de estabilidad y compatibilidad se obtuvieron las condiciones que se resumen a continuación. Para los esquemas explícitos de primer orden fue posible generalizar los resultados en una expresión con un factor cuyo valor es de 1,0 y -1 para los esquemas con diferencias hacia atrás, centradas y hacia adelante, respectivamente. Individualmente las condiciones de estabilidad y compatibilidad para los esquemas explícitos de 1er. orden son:

CONDICION DE ESTABILIDAD

<i>Esquema explícito con diferencias:</i>	<i>Límite del # de Courant</i>	<i>Límite del # de Péclét</i>
Hacia Atrás	$C < \frac{P}{2+P}$	$P > 0$
Centrada	$C < \frac{1}{2} P$	$P < 2$
Hacia Adelante	$C < \frac{P}{2-P}$	$P < 1$

O bien resumidos en una expresión general:

CONDICIONES DE ESTABILIDAD

<i>Esquemas explícitos de 1er. Orden</i>	<i>Límite del # de Courant</i>	<i>Diferencias</i>	<i>g</i>	<i>Límite del # de Péclét</i>
	$C < \frac{P}{2 + gP}$	Atrás	+1	$P > 0$
		Centrada	0	$P < 2$
		Adelante	-1	$P < 1$

Los valores elegidos como límites internos de estabilidad en el programa que a su vez restringen a los incrementos Δx y Δt son, para esquemas con diferencias centradas $P=1.5$ y $C=0.5$.

1.2.3 Coeficiente de dispersión

Como se mencionó en la introducción, paralelamente se desarrolló en la subcoordinación un método para estimar el coeficiente de dispersión longitudinal en ríos. Este se basa en planteamientos de análisis dimensional y revisión con valores medidos y reportados por distintos autores.

Durante la captura de datos aparece la opción de ayuda en la estimación del coeficiente de dispersión. Sin pretender ser exhaustiva la explicación, a continuación se presentan las bases del método desarrollado.

Se puede escribir que el coeficiente de dispersión es una función de parámetros geométricos y dinámicos del escurrimiento de la forma:

$$K = f(u, u^*, s, R) \quad (17)$$

Donde K es el coeficiente de dispersión longitudinal (L^2T^{-1}), u es la velocidad media del flujo uniforme (LT^{-1}), u^* es la velocidad al cortante igual a \sqrt{gRs} (LT^{-1}), con R el radio hidráulico (L), s la pendiente del cauce y g la aceleración de la gravedad (LT^{-2}).

Después del análisis dimensional y de comprobar los parámetros obtenidos la ecuación (17) se transforma en:

$$\frac{K}{Ru^*} = f\left(\frac{u}{u^*}, s\right) \quad (18)$$

Analizando los datos medidos reportados fue posible encontrar una relación que permite estimar el valor de K (González, 1989):

$$\frac{K}{Ru^*} = 131.35 + \left(0.1022 f^{-0.527}\right) \frac{1}{s} \quad (19)$$

Donde f es el factor de fricción de Darcy dado por la relación:

$$f = 8 \left[\frac{u^*}{u}\right]^2 \quad (20)$$

Al ser solicitada la ayuda en la estimación del coeficiente de dispersión longitudinal, el programa solicitará el valor del radio hidráulico y de la pendiente del cauce y calculará f de la ecuación (20) y K de la (19).

1.3 Límites de aplicación

Los límites de aplicación del programa están sujetos a las hipótesis simplificadoras realizadas en el desarrollo para la obtención de la ecuación de dispersión longitudinal y son:

- flujo unidimensional,
- flujo uniforme e incompresible,

- geometría regular,
- la. Ley de Fick de proporcionalidad entre la difusión y el gradiente de concentración,
- turbulencia estacionaria y homogénea,
- válida después del tiempo de mezclado transversal.

Por otra parte, vale recordar que un contaminante descargado en un canal, ya sea natural o artificial, tenderá a ser dispersado por el movimiento hidrodinámico convectivo y por una dilución dada por los mecanismos de difusión. Desde el punto de la descarga hasta el momento en que se completa la difusión transversal en el cauce, conocido como tiempo de mezclado (Fischer, 1979), se presenta un desarrollo de la nube de contaminante hasta uniformizarse a todo lo ancho del canal. En esta zona de mezclado transversal o zona cercana, la ecuación unidimensional de dispersión longitudinal no es aplicable.

2 INSTALACION Y PUESTA EN MARCHA

Esta parte del manual está enfocada como una guía al usuario con la idea de permitirle instalar y utilizar el programa *DISPER* en casi cualquier micro-computadora personal compatible con IBM.

2.1 Equipo requerido

DISPER fue pensado con la idea de utilizarse en micros compatibles con IBM, dado que es el equipo más comercial en el mercado. Como mínimo indispensable para utilizar el paquete debe contarse con:

- Microcomputadora Personal IBM o compatible.
- 256Kb mínimos de memoria.
- Unidad de disco flexible.
- Monitor (TTL, CGA o compatibles).
- Tarjeta de graficación interna.

Como equipo opcional:

- Unidad de disco rígido.
- Impresora compatible con "IBM Graphics".

Dado que el programa utiliza graficación de alta resolución, el contar con monitor a color no representa ninguna ventaja adicional sobre un monitor monocromático.

2.2 Instalación

Previo al uso de *DISPER* es necesario definir el tipo de equipo y si es la primera vez que se utiliza, hacer la instalación del monitor a emplear.

En el disco del programa se encuentra un archivo denominado como HOLA.BAT, que presenta una serie de instrucciones resumidas en línea de como instalar y arrancar el programa. Para tener acceso al archivo simplemente teclee:

```
A:>HOLA      (Enter)
```

A continuación se presentan las órdenes a ejecutar previo al uso de *DISPER*.

2.2.1 Disco flexible (* Sistema Operativo DOS, incluido)

Si su configuración es con unidad de disco flexible:

- Introduzca el disco *DISPER* en la unidad A:
- Prenda la computadora y espere la inicialización del sistema.
- Si es la primera vez que usa *DISPER* proceda a instalar el monitor (ver 2.2.3 Tipo de monitor), en caso contrario ponga en marcha el programa (ver 2.3.1 Puesta en marcha desde disco flexible).

2.2.2 Disco duro

Si su configuración es con unidad de disco rígido:

-Introduzca el disco *DISPER* en la unidad A:

-Teclee la instrucción desde la unidad A:

```
A:>HOLA (Enter)
```

El programa procederá a dar las instrucciones para su instalación. Teclee la instrucción:

```
A:\DISPER>INSTALAC (Enter)
```

El programa procederá a copiar los archivos necesarios desde A: (*DISPER*) al subdirectorio en C:\DISPER (generado automáticamente por el instalador).

-Si es la primera vez que usa *DISPER* proceda a instalar el monitor (ver 2.2.3 Tipo de monitor), en caso contrario ponga en marcha el programa (ver 2.3.2 Puesta en marcha desde disco duro).

2.2.3 Tipo de monitor

Existe en el mercado una gran variedad de monitores que en términos generales pueden encasillarse en dos opciones (CGA o TTL), siendo los primeros los más comunes de resolución media y los segundos llamados de alta resolución.

La primera vez que utilice el paquete o que cambie de equipo, será necesario instalar en la rutina de inicio el tipo de monitor a usar. Para corridas posteriores solo tendrá que ponerse en marcha el programa sin necesidad de volver a indicar el tipo de monitor.

Independientemente de la configuración de su equipo (disco flexible o rígido), se deben introducir los siguientes comandos:

Monitor tipo CGA (o compatibles):

- Desde el subdirectorio del programa (o de A: en caso de ser unidad de disco flexible), introduzca:

```
C:\DISPER>INSTMCGA (Enter)
```

El programa procederá a identificar y modificar el arrancador para utilizar monitores tipo CGA.

Monitor tipo TTL (o compatibles):

- Desde el subdirectorio del programa (o de A: en caso de ser unidad de disco flexible), introduzca:

```
C:\DISPER>INSTMTTL (Enter)
```

El programa procederá a identificar y modificar el arrancador para utilizar monitores tipo TTL.

2.3 Puesta en marcha

Una vez instalado el monitor se procederá a poner en marcha el programa.

2.3.1 Desde disco flexible

-Cambiar de subdirectorío con la instrucción:

A>CD A:\DISPER (Enter)

-Poner en marcha introduciendo la instrucción:

A:\DISPER>disper (Enter)

Al cabo de unos instantes aparecerá la pantalla introductoria del programa y estará listo para su uso.

2.3.2 Desde disco duro

-Ubicarse en el subdirectorío donde se instaló el programa e introducir:

C:\DISPER>DISPER (Enter)

Al cabo de unos instantes aparecera la pantalla introductoria del programa y estará listo para su uso.

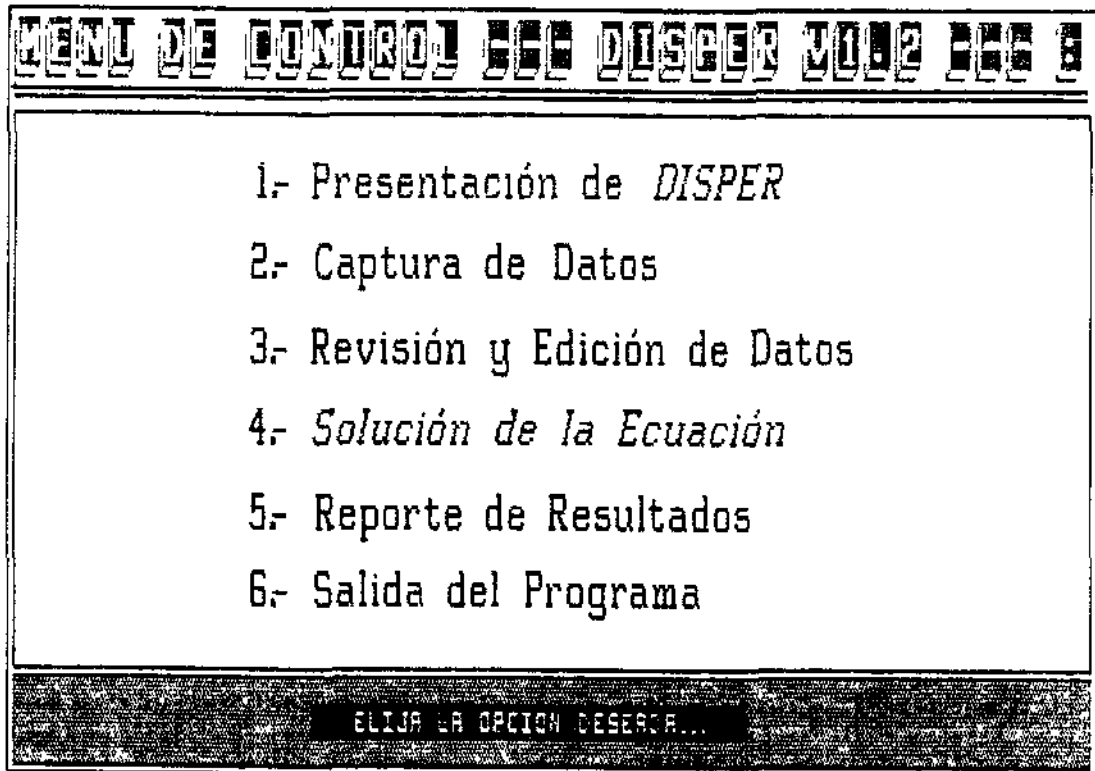
NOTA: Aún cuando en el presente texto aparecen los acentos en las láminas, al correr el programa estos no se verán, ya que las pantallas utilizadas son gráficas y de alta resolución, donde los códigos extendidos para acentuación no producen el caracter deseado.

3 DESCRIPCION DE "DISPER"

DISPER (Versión 1.2) es un programa elaborado en BASIC completamente interactivo que permite al usuario, no necesariamente experto en computadoras, resolver problemas de dispersión de contaminantes sujetos a las restricciones antes mencionadas.

La organización del paquete puede observarse en la lámina 1, donde se muestran las opciones que se contemplan en el programa.

Lámina 1. Diagrama operativo del programa *DISPER*



A continuación se dará una breve descripción de cada una de las opciones que componen al programa.

- *Presentación de DISPER*: Consiste de pantallas introductorias que facilitan información sobre el programa, la ecuación que resuelve, los límites de aplicación, etc.; con la idea de contar con un recordatorio en línea de los aspectos generales del paquete.

- *Captura de datos*: Esta dividida en dos etapas, la primera para capturar los datos generales (velocidad, coeficiente de dispersión, longitud, incrementos y tiempo de simulación); y la segunda para capturar la condición inicial (constante o variada).

- *Revisión y edición de datos*: Permite acceder un archivo en disco o los datos residentes en memoria y modificarlos. Está integrado por una serie de

verificaciones para no exceder los límites de los incrementos y es completamente interactivo. Incluida en esta opción se encuentra una subrutina que permite modificar la condición inicial.

- *Solución de la ecuación:* Lee e interpola la condición inicial para los incrementos elegidos y procede a resolver la ecuación de dispersión longitudinal. (Un límite función de la memoria -512 Kb-se presenta para 245 secciones con 245 intervalos de tiempo o cualquier producto de éstas que exceda a 60,000)

- *Reporte de resultados:* Permite obtener los resultados desplegados gráficamente en la pantalla (para imprimirlos bastará con presionar 'Shift-PrtSc'), listados impresos y archivados en disco.

- *Salida del programa:* Procede a confirmar la salida y término de la sesión o regresar al menú principal. En caso de concluir se retorna al sistema operativo DOS.

A continuación se presentan a detalle las opciones del programa, se recomienda al usuario utilizar el programa para seguir las descripciones, observando y generando las mismas pantallas que se ilustran en el presente manual.

3.1 Captura de información

La información requerida por el programa está dividida en dos etapas: la primera concerniente a los datos generales y la segunda a la condición inicial.

Ambas etapas están incluidas en la misma opción de captura y son guiadas automáticamente por el programa.


3.1.1 Datos generales

Los datos generales requeridos son los siguientes:

- u - Velocidad media del flujo uniforme en (m/s)
- K - Coeficiente de dispersión longitudinal en (m^2/s)

En la captura de K existe la posibilidad de acceder una ayuda en línea introduciendo (* - Enter) que permite estimar el valor de K en función del radio hidráulico (R_h en m) y de la pendiente (s).

Una vez calculado K puede introducirse éste o cualquier otro a criterio del usuario. En la lámina 2 se muestra la captura de datos generales incluyendo la ayuda en la estimación del coeficiente de dispersión.

 IMTA	CAPTURA DE DATOS GENERALES	DISPER 1.2
VALORES GENERALES DEL PROBLEMA:		
	Velocidad media en flujo uniforme	U (m/s) ? 1.8
* - AYUDA	Coefficiente de dispersion longitudinal	K (m ² /s) ? <input type="text"/>
ECUACION OBTENIDA EN LA COORDINACION DE INVESTIGACION IMTA-CNA PARA CALCULAR EL COEFICIENTE DE DISPERSION		
$K/RU* = 131.35 + (0.102 f^{(-0.527)})/S$		
	Radio hidraulico (m)	Rh = ? .9
	Pendiente del cauce (-)	S = ? .0005
	Velocidad de cortante U* =	6.644171E-02 m/s
	Coefficiente friccion f =	.0109
COEFICIENTE DISPERSION PROPUESTO: K = 139.8592 m²/s		
Usar el coeficiente propuesto es responsabilidad del usuario...		
Atte. Ing. Jose A. Gonzalez		

Una vez introducido el valor de K, el programa continuará solicitando los valores generales:

L - Longitud total del cauce en (m)

Incrementos con dos opciones:

- . Elegidos por el usuario con ciertos límites, y
- . Máximos posibles asignados por el programa.

En caso de elegir la primera opción, el programa internamente calculará y presentará los límites en función de los números de Courant y de Péclet establecidos en la primera parte este manual, dando al usuario la posibilidad de elegir los incrementos Δx y Δt .


Si la elección es que el programa asigne los valores máximos posibles, se tomarán los límites superiores de Δx y Δt provenientes del criterio de estabilidad presentado.

Finalmente el programa solicitará el tiempo deseado de simulación del fenómeno en minutos. Con esta información procederá a desplegar el número de secciones (en función de la longitud total del cauce establecida) y el número de intervalos de tiempo a calcular (en función del tiempo total a simular).

Si en este punto se exceden los límites mencionados del número de secciones e intervalos de tiempo, se podrán modificar posteriormente en la opción de edición de datos. La lámina 3 presenta la pantalla completa de captura de

los datos generales.

Lámina 3. Captura de datos generales completa

 IMTA	CAPTURA DE DATOS GENERALES	DISPER 1.2
VALORES GENERALES DEL PROBLEMA:		
Velocidad media en flujo uniforme	U (m/s) ?	1.8
Coficiente de dispersión longitudinal	K (m ² /s) ?	150
Longitud total del cauce	L (m) ?	4000
Son correctos sus datos (S/N)? s		
LOS INCREMENTOS EN LA DISTANCIA Y TIEMPO PUEDEN SER:		
1.- Elegidos por el usuario con ciertos límites.		
2.- Máximos posibles asignados por el programa.		
Opción deseada? 1		
Incremento de distancia, menor a 125 m? 100		
Incremento en el tiempo, menor a 31.74603 s? 30		
Tiempo deseado de simulación (minutos):? 20		
Se calcularán 41 secciones, para 41 intervalos de tiempo.		
PRESIONA CUALQUIER TECLA PARA CONTINUAR		

3.1.2 Condición inicial

Es importante recordar que *DISPER* solo es aplicable en el campo lejano, es decir cuando se ha completado el tiempo de mezclado transversal y la ecuación de dispersión longitudinal es aplicable.

La condición inicial sera entonces la distribución de contaminante una vez concluida la etapa de mezclado en la zona cercana. Las unidades de la concentración son arbitrarias y pueden ser relativas (porcentual) o no (ppm, mg/l, etc.).


Como opciones, la condición inicial puede ser de descarga continua y constante o bien, variada en el tiempo. En cualquier caso estarán referidas a un sistema coordinado en la distancia con origen $x=0$ para la primera sección (final de la etapa de mezclado transversal) y como tiempo inicial $t=0$.

Para la condición de descarga continua y constante bastará con dar el valor de la concentración constante C_0 para todo tiempo en la sección inicial.

Para el caso de la condición variada ($C - t$) en la sección inicial, se deberán introducir los valores (100 como máximo) no necesariamente discretizados para el incremento de tiempo elegido, ya que el programa realiza internamente la interpolación.

Lo único que hay que tener en mente es respetar que el primer tiempo sea cero, el segundo mayor al incremento de tiempo elegido y el último menor al tiempo total a simular. En la lámina 4 se presenta un ejemplo de la etapa final de la captura de la condición inicial y la grabación en archivo de los datos.

Lámina 4. Captura de condiciones iniciales variadas.

 IMTA	CAPTURA DE CONDICIONES INICIALES	DISPER 1.2
OPCIONES DE LAS CONDICIONES INICIALES:		
1.- Descarga continua y constante.		
2.- Descarga variada en el tiempo.		
Condición deseada? 2		
CONDICION INICIAL VARIADA:		
Número de pares (t,Co)? 7		
Primer tiempo = 0 ; Segundo tiempo > 30 s		
Ultimo tiempo menor al total a simular < 1200 s		
4 o. tiempo (s) = ? 90	4 a. concentración = ? 1	

En todas las secuencias de captura de información basta con introducir los valores solicitados por el programa y contestar con (s/n) a las preguntas, así como introducir en forma numérica las opciones deseadas. En caso de cometer algún error en la captura se recomienda continuar con la misma y posteriormente modificar el error en la opción de edición.

3.1.3 Grabación de archivos de datos

Al concluir la captura de información el programa pregunta si se desean salvar los datos en archivo. CUIDADO.- SI SE RESPONDE QUE NO, SE PIERDE LA INFORMACION CAPTURADA Y REGRESA AL MENU PRINCIPAL.

Al responder afirmativamente se solicitará el nombre con el cual identificar los datos. Consistirá en cualquier arreglo alfa-numérico de ocho caracteres como máximo y el programa añadirá la extensión '*nombre*'.DAT con el objeto de reconocer archivos de datos.

Es importante señalar que el archivo en caso de existir es reemplazado por los datos capturados, por lo que hay que tener cuidado al nombrar los

archivos y no duplicar el nombre de algún archivo que no se desee reemplazar.

Es posible generar archivos de datos con cualquier otra aplicación o editor (Turbo-Pascal, Lotus, Quattro, etc.). La estructura de los archivos de datos es la siguiente:

Nombre del archivo: 'nombre'.DAT

Datos generales:

Separados por coma (código ASCII):

1er. renglón: $u, K, L, \Delta x, \Delta t, Ts, \Delta x_{\max}, \Delta t_{\max}$

2o. renglón: No.Secciones, No.Intervalos, 1, MCOND

El valor 1 es un apuntador necesario para saber si existen datos residentes en memoria, MCOND es un indicador del tipo de condición inicial. (MCOND=1 - condición inicial constante ; MCOND=2 - condición inicial variada)

3er. renglón: Sí MCOND=1 - C_0
Sí MCOND=2 - NCI

4o. renglón y siguientes: CI(1,1), CI(2,1)

Con la siguiente definición de variables:

u - Velocidad media del flujo uniforme (m/s)

K - Coeficiente de dispersión longitudinal (m^2/s)

L - Longitud total del cauce (m)

Δx - Incremento de distancia (m)

Δt - Incremento de tiempo (s)

Ts - Tiempo a simular (minutos)

Δx_{\max} - Máximo incremento de distancia (m)

Δt_{\max} - Máximo incremento de tiempo (s)

C_0 - Concentración inicial continua y constante

NCI - Número de pares ordenados de la condición inicial variada

CI(1,1) desde I=0 hasta NCI - Valores de tiempo de la condición inicial variada (s)

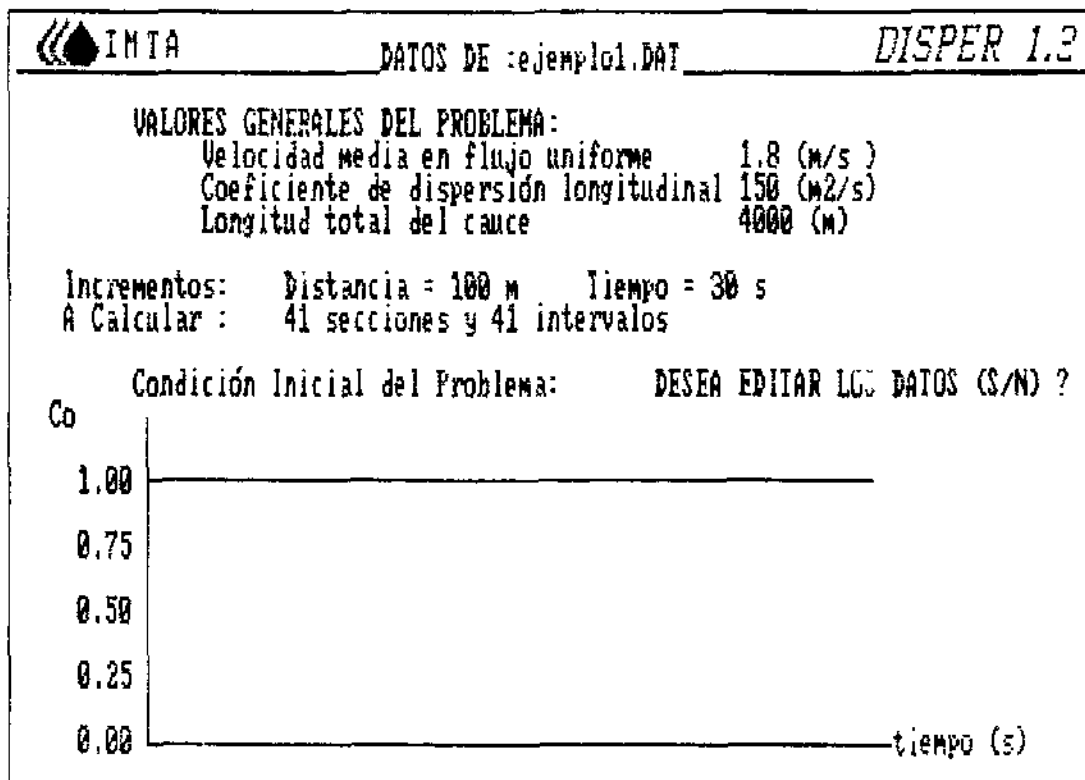
CI(2,1) desde I=0 hasta NCI - Valores de concentración de la condición inicial variada

3.2 Edición de datos

En esta opción es posible editar y modificar datos de un determinado archivo.

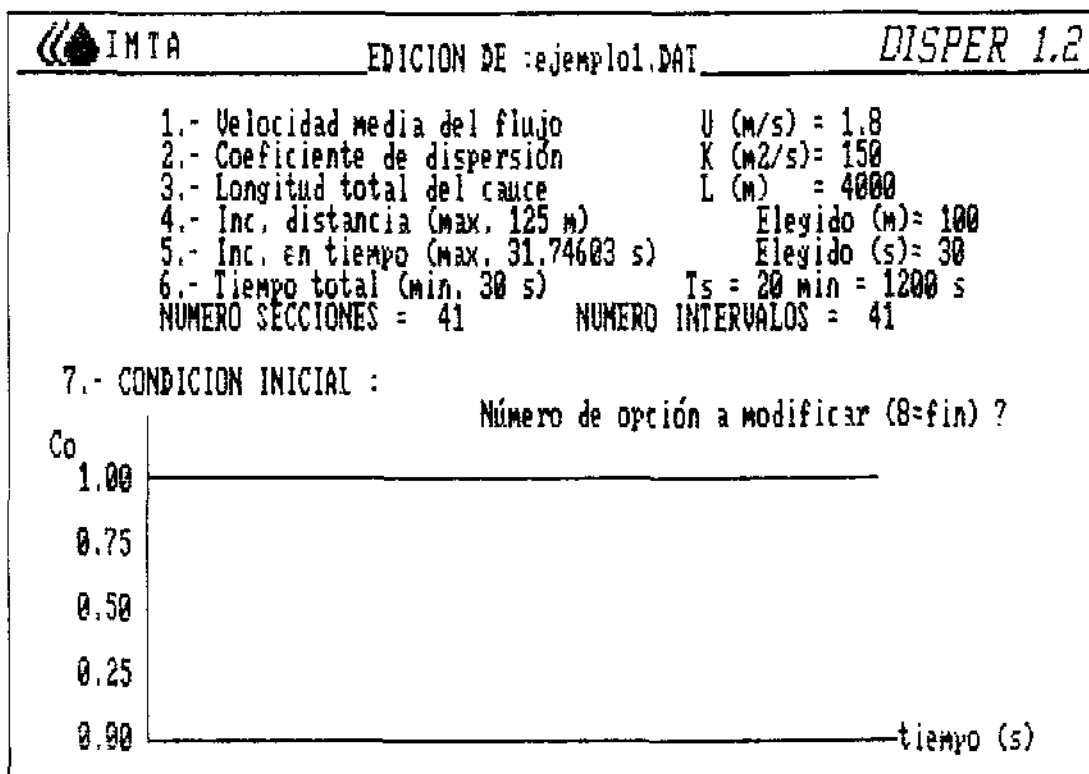
Al solicitar la edición de datos aparecerá una pantalla con los archivos existentes en el disco. En caso de que se quiera editar o cargar datos de un archivo distinto al recién capturado se deberá introducir el nombre del archivo deseado.

Si se quiere editar el residente en memoria, ante la pregunta del nombre de archivo basta con introducir (* - Enter) y el programa desplegará los datos recién capturados como se muestra en la lámina 5.



A continuación se preguntará si se desean editar los datos, en caso afirmativo aparecerá una pantalla como la mostrada en la lámina 6 solicitando el valor que se desea modificar. Si no se desea modificar ningún valor al responder con "no" a la pregunta de edición se retorna al menú principal.

Los cambios de valores están sujetos a subrutinas de revisión que no permitirán rebasar los límites de estabilidad planteados originalmente. Dichas subrutinas indicarán el valor afectado y se posicionarán en éstos para su modificación.



Incluida en esta opción se encuentra la posibilidad de modificar la condición inicial capturada. Al solicitar la modificación de la condición inicial, el programa desplegará una nueva pantalla con los valores capturados y una gráfica de la condición inicial.

Es en este momento cuando se modifica(n) el(los) valores introducidos por error en la condición inicial. A manera de ejemplo se puede ver en la lámina 7 que por error se introdujo en el quinto valor una concentración de uno, en lugar de 0.5. El procedimiento de cambio sería el indicar que no están correctos todos los datos e introducir el número cinco en el valor por corregir, seguido del nuevo tiempo (que sería el mismo) y la nueva concentración, en este caso igual a 0.5.

Al introducir el cambio la pantalla borra la lista y gráfica de la condición inicial y las vuelve a desplegar con los cambios realizados, como se puede ver en la lámina 8. Finalmente, si ya todos los datos son correctos al contestar que "si", se retorna al menú de edición.

Al terminar con la opción 8, vuelve a pedir el nombre con el cual se grabará el archivo modificado, puede ser el mismo u otro a elección del usuario para diferentes pruebas.

Lámina 7. Edición de condición inicial variable

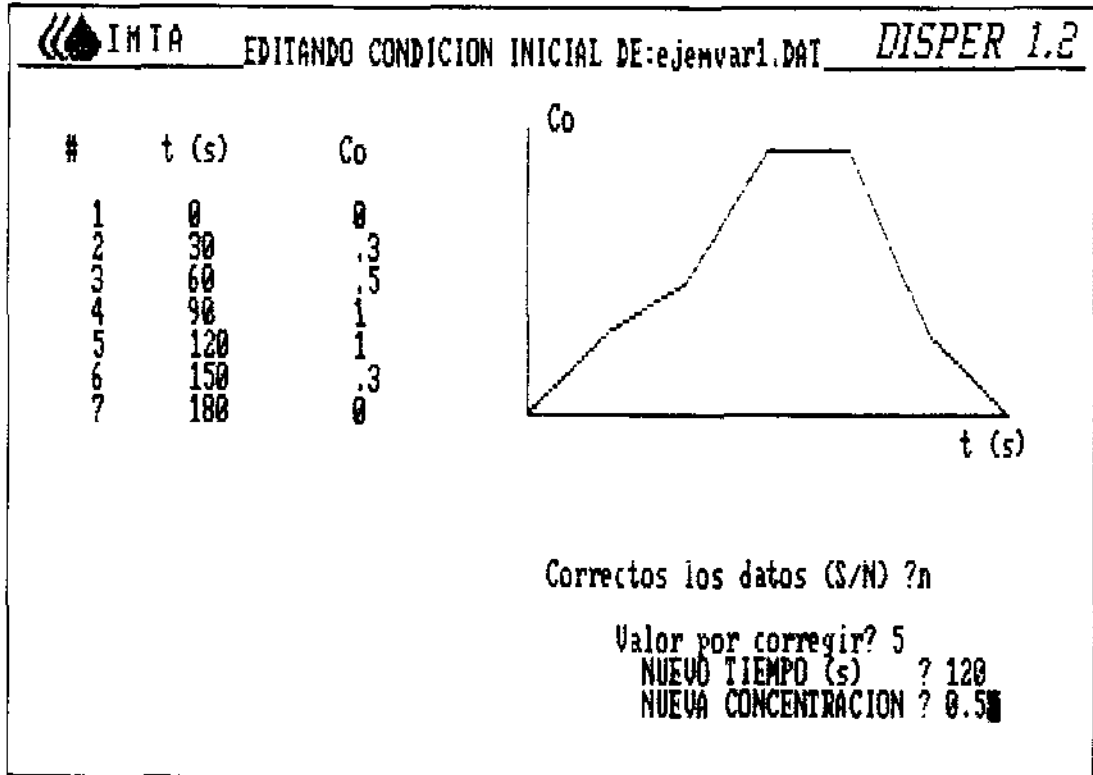
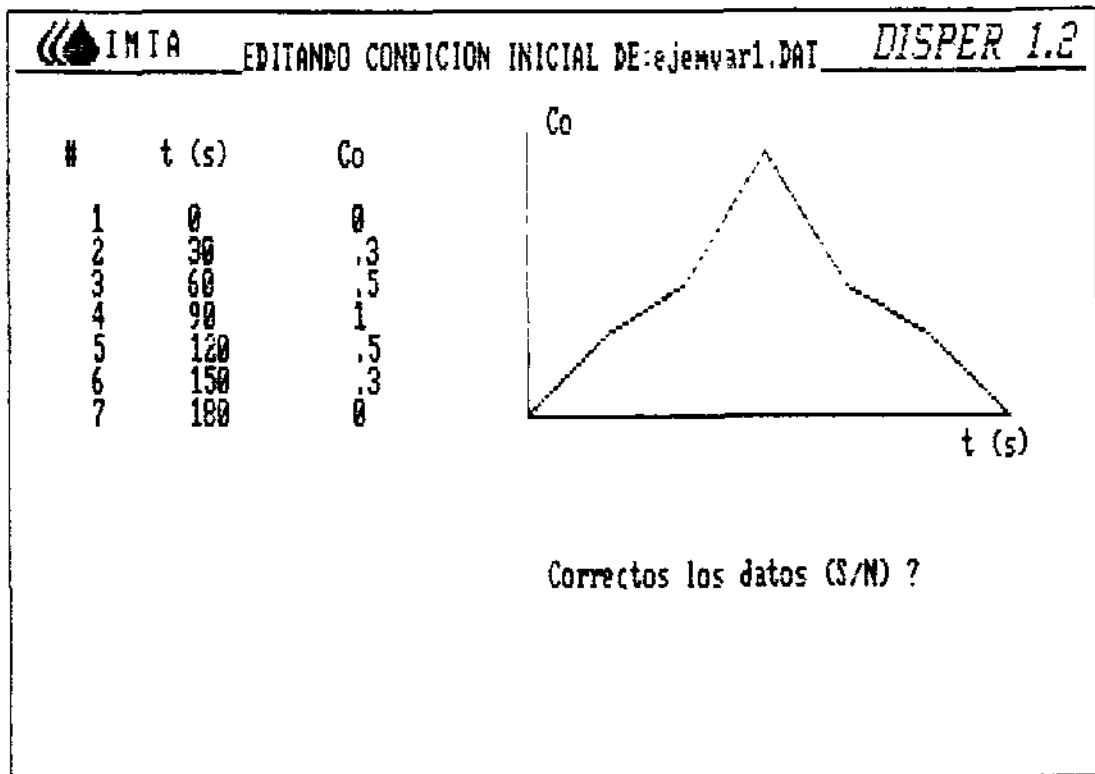


Lámina 8. Corrección realizada en la condición inicial



3.3 Solución

Se resuelve la ecuación de dispersión longitudinal. En caso de que por error no se hayan capturado datos o leído de archivo, y se intente resolver con la opción de solución, el programa detectará que no existen datos y regresará al menú principal.

En caso de que la condición inicial sea variada, el programa procederá a interpolar para los incrementos de tiempo seleccionados. Si la condición es continua y constante, simplemente asignará el valor constante a las concentraciones de todos los tiempos de la sección inicial.

Una vez leída e interpolada la condición inicial procede a resolver la ecuación de dispersión longitudinal con el esquema explícito central descrito en el inciso 1.2.1.

Durante la solución aparece un contador que indica en forma regresiva el tiempo que debe esperarse para concluir. Al terminar el cálculo el programa regresará al menú principal para proceder a la opción de reportes de resultados.

Si por algún motivo se modifican valores (edición) o se introducen nuevos datos, será necesario repetir la opción de cálculo. Por el contrario, si se solicita resolver sin ningún cambio, el programa lo detectará e indicará que ya está resuelto y que se proceda a reportes de resultados.

3.4 Reporte de resultados

Una vez resuelta la ecuación con los datos capturados, para visualizar los resultados deberá introducirse la opción de reportes. Estos pueden ser desplegados en forma gráfica en pantalla, listados en impresora o grabados en disco (extensión .RES) para su posterior manipulación.

Si se solicita esta opción sin haberse resuelto previamente, el programa lo detectará y avisará que no se ha calculado nada, indicando que se proceda a resolver antes de reportar.

3.4.1 Despliegue gráfico en pantalla

Al solicitar el reporte gráfico se tienen dos opciones:

Gráficas ($C_0 - t$) para distintas secciones.

Gráficas ($C_0 - x$) para distintos tiempos.

Las primeras proporcionarán la evolución del contaminante en el tiempo para distintas secciones. Las segundas variando en la distancia para distintos tiempos. Adicionalmente se podrá elegir si se desean individuales o acumuladas, y en el caso de (C_0-t) hasta para seis diferentes secciones elegidas por el usuario. Para desarrollar el despliegue gráfico presionar cualquier tecla (ver láminas 9 y 10).

Lámina 9. Despliegue gráfico (Co-t) en una sección

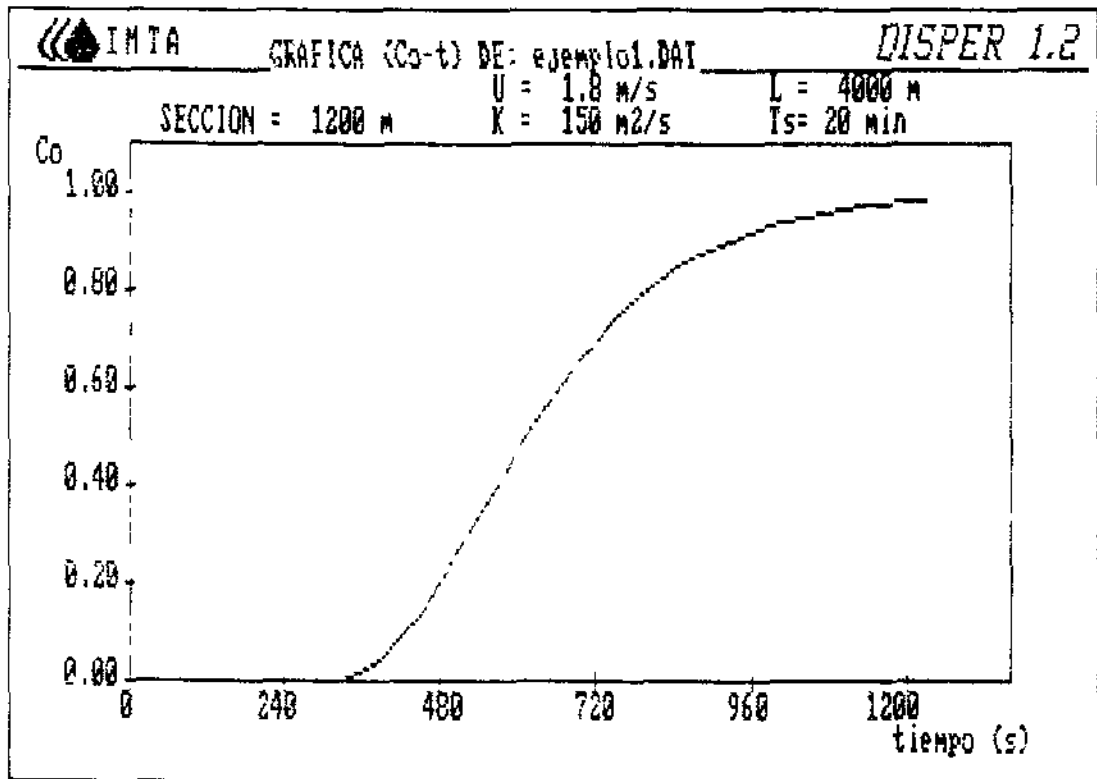
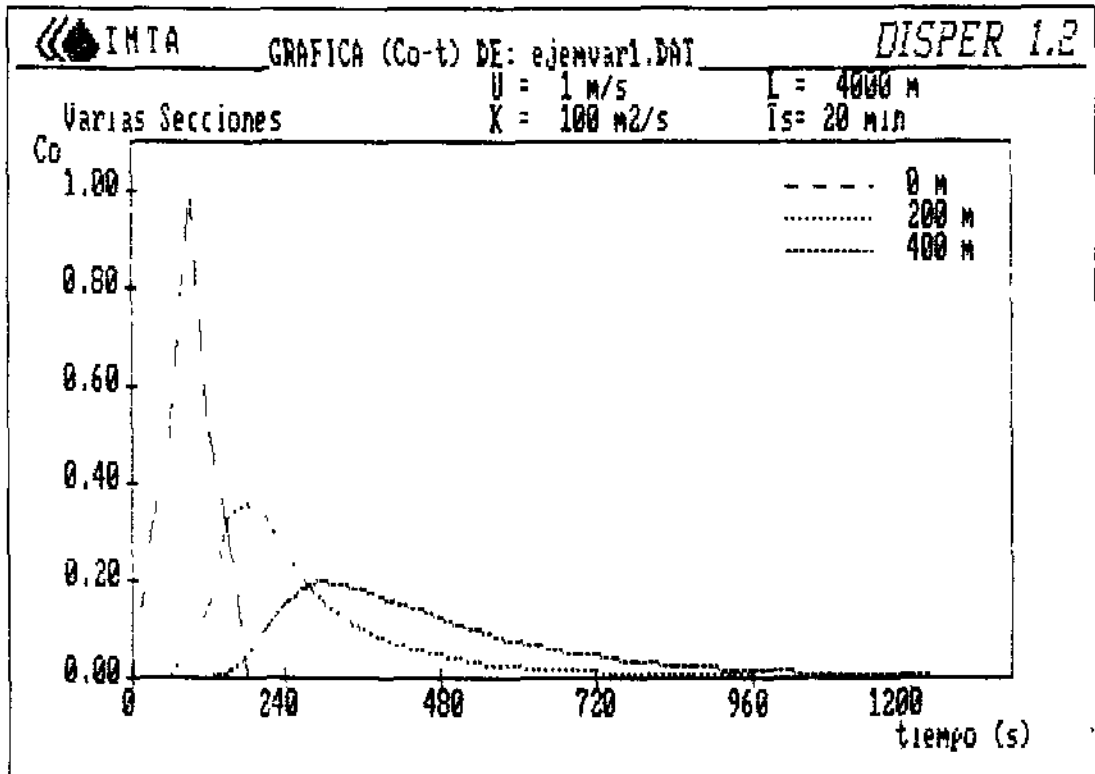


Lámina 10. Despliegue gráfico (Co-t) en varias secciones



3.4.2 Impresión de resultados

Al solicitar la opción de impresión, el programa iniciará la rutina de impresión indicando al usuario que prenda la impresora y tenga alineado el papel antes de continuar.

Se imprimirán los encabezados del programa, los datos generales, y en forma de listado en función de las secciones, se reportarán los valores de las concentraciones en los distintos tiempos. Si se desea interrumpir la impresión bastará con apagar la impresora, el programa detectará el error avisando al usuario y regresando al menú principal sin perder la información.

3.4.3 Grabación de archivos de resultados

En la opción de grabar en disco se salvarán los resultados en un archivo con el mismo nombre que el de los datos pero con extensión '*nombre*'.RES.

Es importante señalar que, dada la extensión de los archivos de resultados, el programa direcciona su grabación a la unidad A:, por lo que es necesario contar con un disco previamente formateado para respaldar dichos archivos.

Durante la secuencia de salvado el programa solicitará al usuario que introduzca su disco de resultados en la unidad A:, si la configuración es con unidad flexible será necesario retirar el disco de *DISPER* e introducir el disco de respaldo. Al concluir la grabación se retira el disco de resultados y se vuelve a introducir el disco de *DISPER* para poder continuar.

La estructura del archivo de resultados es libre con separación de comas, esto con la idea de poderse manipular posteriormente y ser leídos con algún programa de hoja de cálculo u otro. Se respalda la información con la siguiente estructura:

1er. renglón.- # secciones, # intervalos

2o. renglón y siguientes.- CXT(J,K) desde J=0 hasta NJ

con NJ= número de secciones a calcular y desde K=0 hasta NK

con NK= número de intervalos de tiempo por calcular.

4 EJEMPLOS DE APLICACION DEL PAQUETE

Se presentarán dos ejemplos para aplicar el programa. Es recomendable que el usuario siga las instrucciones con el programa cargado para visualizar y aprender la operación, ya que se introducirán errores y formas de edición para ejemplificar el uso del programa *DISPER*.

La forma de seguir los ejemplos se indicará con incisos y se harán los comentarios pertinentes en cada caso. El símbolo (Rtn.) significa que después de teclear algún dato debe presionarse 'Enter' o 'Return'.

- Instalar el programa en función de su equipo (ver sección 2).
- Iniciar la sesión introduciendo:
Disco Duro: C:\DISPER>DISPER (Rtn.)
Disco Flexible: A:\DISPER>DISPER (Rtn.)
- Aparecerá una pantalla de presentación. Presione cualquier tecla para continuar.
- Ahora se tiene el control del programa mediante el menú principal. Intente oprimir cualquier tecla no incluida en las opciones. Solamente aceptará del 1 al 6.
- Presione las teclas 4 o 5 y observe lo que sucede. Primero hay que capturar datos y luego resolver.
- Presione 1 para ver la información de presentación de *DISPER*.
- En todos los casos para continuar presione cualquier tecla...

4.1 Ejemplo teórico

Planteamiento del problema. Sea un cauce con flujo uniforme y velocidad media de 1.8 m/s con radio hidráulico 0.90 m y pendiente de 0.0005, donde se descarga en forma continua un contaminante con concentración $C_0=1$. La longitud de interés del cauce es de 4 km y el tiempo a simular de 20 minutos.

- Seleccione opción 2
- Introduzca el valor de la velocidad u (m/s) = 1.8 (Rtn.)
- Para solicitar ayuda al estimar K presione " * " (Rtn.)
- Introduzca el valor del radio hidráulico R (m) = 0.9 (Rtn.)
- Introduzca la pendiente del cauce s = 0.0005 (Rtn.)

El programa calculará el valor de K con el método del IMTA y esperará a que se capture el valor que el usuario estime conveniente. Para el ejemplo K resulta de $139.9 \text{ m}^2/\text{s}$, elija 140 por sencillez, continuando:

- Introduzca el valor del coeficiente de dispersión K (m^2/s) = 140

Cometa un error intencional para corregirlo de inmediato:

- Introduzca el valor de la longitud del cauce L (m) = 6000

La longitud debía ser 4000, por lo que a la pregunta de verificación de datos responda que no están correctos y vuelva a introducir desde el valor de la velocidad, esta vez sin ayuda al valor de K , directamente introduzca el valor de $K=140$ y ahora el valor correcto de la longitud. Conteste que sí a la pregunta de verificación y continúe.

- Opción en la elección de incrementos, elegidos por el usuario con ciertos límites. Presione la tecla 1.

- Intente proporcionar valores mayores que los máximos. Introduzca como incremento de distancia 100 m y como incremento de tiempo 30 s, note que son menores a los máximos calculados por el programa.

- Introduzca el tiempo total a simular de 20 minutos.

- Con estos datos el programa calculará 41 secciones con 41 intervalos de tiempo.

- Opte por la condición inicial continua y constante, tecla 1

- Introduzca el valor de la concentración $C_0=1$

- Salve sus datos con el nombre 'ejemplol', la extensión .DAT la asume directamente el programa.

Por último, edite sus datos si lo desea (opción 3), proceda a resolver (opción 4) y finalmente a ver resultados (opción 5). Recuerde que para las opciones de graficación en pantalla bastará con presionar cualquier tecla para continuar con el despliegue, y para concluir presione la tecla 'f=fin'.

4.2 Ejemplo del reporte experimental (Fischer, 1968)

En el disco se incluye el archivo con los datos reales reportados por Fischer en su texto. Para proceder a su lectura presione la opción 3 desde el menú principal e introduzca 'FISCHER' (Rtn.).

La prueba elegida para la comparación es con un experimento realizado en el río Copper Creeck con trazadores fluorescentes (Fischer, 1968), conservativos a corto plazo.

Las características generales del río son:

'Río ' (Referencia)	Ancho W (m)	Tirante d (m)	Pendiente s (-)	Velocidad u (m/s)	K_m	K_c (m^2/s)
'Copper Creek' (Fischer, 1968)	18.28	0.844	0.0012	0.518	21.36	21.76

Para los efectos predictivos de DISPER se tomaron los valores reportados en

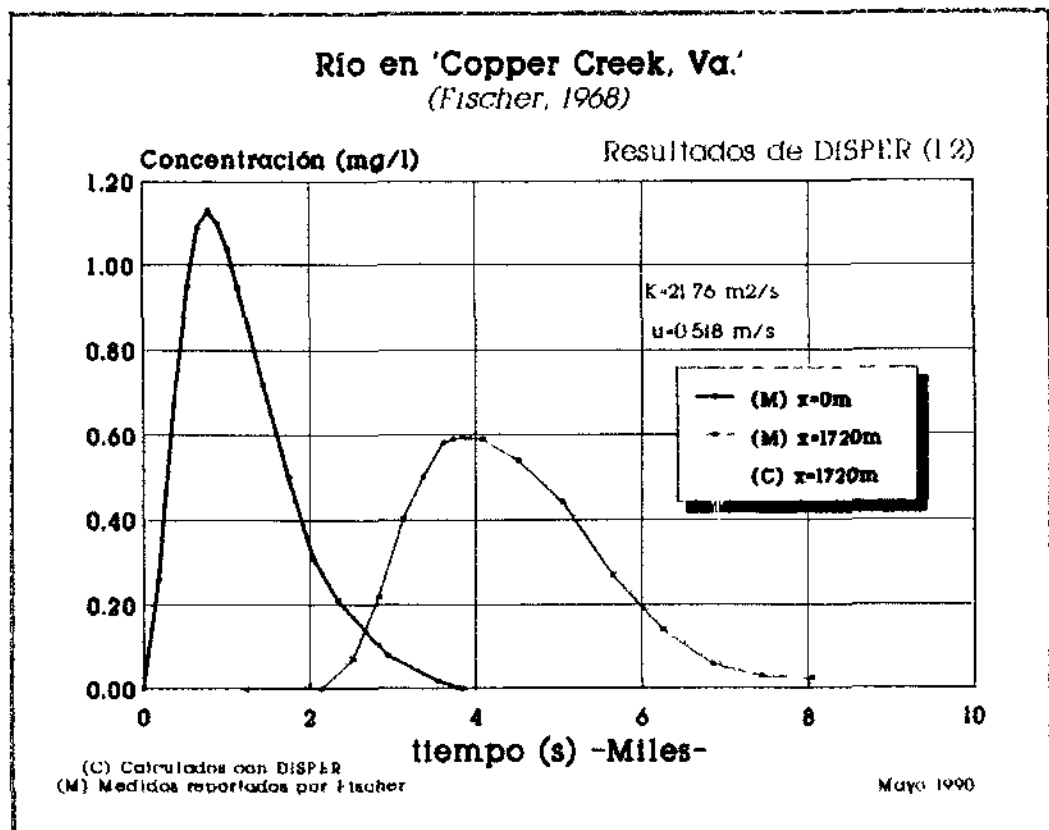
la primera sección (ver lámina 11) como condición inicial del programa y se calcularon hacia aguas abajo las variaciones en la concentración para compararlos contra las mediciones en la sección reportada.

La prueba se realizó con la siguiente metodología:

- a) De la referencia citada se ampliaron y obtuvieron los datos de concentración en el tiempo para las dos secciones.
- b) Se modificaron los tiempos, corriendo el eje cero a la llegada de la curva de concentración de la primera sección.
- c) Se introdujeron los valores de las concentraciones respecto al tiempo de la primera sección como condición inicial y se procedió a correr el programa para obtener las concentraciones en la sección deseada y poder compararlas con las medidas.

En la lámina 11 se muestran los resultados de la comparación, así como los errores obtenidos para las concentraciones máximas (pico) y tiempos de defase en la llegada de dicho máximo. Cabe destacar que los valores mostrados en la lámina fueron leídos del archivo de resultados generado por DISPER y manipulado con un paquete de graficación.

Lámina 11.- Comparación de resultados en la segunda sección.



Valores de las concentraciones máximas y sus tiempos - Sección (x=1720m)

Medidos: $C_{max}=0.595$ mg/l
tiempo=3840 s

Calculados. $C_{max}=0.613$ mg/l
tiempo=4140 s

Error relativo de pico: $E_c=3.75$ %

Error de defasamiento. $E_t=7.24$ %

Como se observa en la figura, los resultados obtenidos de aplicar *DISPER* a casos experimentales en corrientes, tienen una excelente aproximación

Es importante señalar que un buen modelo de simulación de la dispersión debe de ser estable, convergente y además, que conduzca a resultados cercanos a la realidad. *DISPER* cumple con estas características ya que internamente se encuentran los límites de los incrementos que garantizan estabilidad y convergencia, con un método confiable para la estimación del coeficiente de dispersión longitudinal.

REFERENCIAS

- ABBOTT, M.B., 1979. *"Computational hydraulics"*, Pitmann A.P.P., London and Boston.
- ALDAMA, A.A., 1985. *"Theory and applications of two- and three-scale filtering approaches for turbulent flow simulation"*, Ph. D. Thesis, Massachusetts Institute of Technology, USA.
- , 1987. *"La analogía de la ecuación diferencial ordinaria"*, XIII Congreso de la ANIAC, pp. 305-307.
- FISCHER, H.B., 1967. *"The mechanics of dispersion in natural streams"*, ASCE Journal of the Hydraulics Division, 93(HY6), pp. 187-216.
- , 1968. *"Dispersion prediction in natural streams"*, ASCE Journal of the Sanitary Engineering Division, 94(SA5), pp. 927-943.
- FISCHER, H.B., LIST, E.J., KOH, R.C., BERGER, G.N., and BROOKS, N.H., 1979. *"Mixing in inland and coastal waters"*, Academic Press, New York, N.Y.
- GONZALEZ, J.A., MARTINEZ, A.P., 1989. *"Método IMTA para la estimación del coeficiente de dispersión en ríos"*, Artículo en proceso de publicación en la revista "Ingeniería Hidráulica en México".
- HOLLY, F.M., 1985. *"Dispersion in rivers. Physical principles and dispersion equations"*, Developments in Hydraulic Engineering, Novak, Ed.
- LEON, L.F., 1990. *"Dispersión de contaminantes en canales. Modelación numérica"*, Tesis de Maestría en Ingeniería Hidráulica, DEPFI-UNAM. México.
- TAYLOR, G.I., 1921. *"Diffusion by continuous movements"*, Proc. R. Soc. London Ser., A-20, pp. 196-211.
- , 1953. *"Dispersion of soluble matter in solvent flowing slowly through a tube"*, Proc. R. Soc. London Ser., A-219, pp. 186-203.
- , 1954. *"The dispersion of matter in turbulent flow through a pipe"*, Proc. Soc. London Ser., A-223, pp. 446-468.
- WELTY, J.R., WICKS, C. y WILSON, R., 1969. *"Fundamentos de transferencia de momento, calor y masa"*, Ed. Limusa (John Wiley & Sons).

Dispersión longitudinal de contaminantes conservativos en ríos, se terminó de imprimir en el mes de octubre de 1990, en los talleres de Impresores de Morelos, S.A., Calle Ronda 16, Col. Acapantzingo, Cuernavaca, Morelos. La edición consta de 500 ejemplares.